REVISTA COLOMBIANA DE COMPUTACIÓN
Volumen 2, número 1
Págs. 35-42

Nuevos Diseños de Controladores por Lógica Fuzzy

Antonio Faustino Muñoz Moner[1], Aldo Pardo García[2], Jorge L. Díaz Rodríguez[2]

Resumen

En el momento actual los Controladores con Lógica Fuzzy transitan por una etapa del desarrollo acelerado en su fundamentación teórica y sus aplicaciones prácticas. La estructura algorítmica de los mismos, que puede llamarse tradicional, contiene entre sus particularidades el hecho de que la función de membresía de los subconjuntos difusos de entradas y salidas es del tipo "aproximadamente igual a", lo cual implica que dicha función sea simétrica en cada valor lingüístico con el máximo en el centro del intervalo correspondiente. Las ventajas de tal definición consisten en la aplicación simplificada del procedimiento de la defuzzyficación según el Método del Centro de Gravedad y en la posibilidad del ajuste fino de la salida de mando aprovechando los bordes difusos y solapados de valores lingüísticos.
En este trabajo proponemos una forma nueva de diseño de las funciones de membresía sobre la base del concepto fuzzy "mayor o igual a", que puede ofrecer las mismas ventajas en cuanto al ajuste del valor necesario de la salida de mando del controlador, siendo significativamente menor la complejidad del algoritmo y por ende mayor rapidez del funcionamiento en tiempo real.

Palabras clave: *Control Fuzzy, Membresía, Método del Centro de Gravedad*.

Abstract

At these moment the Fuzzy Logic Controllers (FLC) go through a stage of the quick development in their theoretical fundamentals and its practical applications. The algorithmic structure of the FLC, that we could call traditional, contains, between their particularities, the fact that the function of membership of the inputs and outputs of the fuzzy subsets, are of the type "approximately equal to," which it implicate that this function is symmetrical in each linguistic value with the maximum in the center of the corresponding interval. The advantages of such definition consist in the simplified application of the procedure of defuzzyfication according to the Method of the Center of Gravity and in the possibility of the fine adjustment of it control output, taking advantage of the fuzzy and overlapped borders of linguistic values.
In this paper we propose a new form of design the functions of membership on the base of the fuzzy concepts "greater or equal to," that could offer the same advantages as for the adjustment of the necessary value of the control output of the controller, being significantly minor the complexity of the algorithmic and by this way, fast performance in real time.

[1] Profesor Titular de la Universidad de La Habana, Director de Investigaciones de la Facultad de Ingeniería Mecatrónica de la UNAB, e-mail : amunozm@bumanga.unab.edu.co.
[2] Docentes-investigadores del Dpto. de Ing. Eléctrica. Facultad Electromecánica. Universidad de Camagüey. Cuba.

Keywords: *Fuzzy Control, Membership, Gravity Method Center*.

1 Introducción

La estructura del algorítmo del Controlador por Lógica Fuzzy (FLC), expuesto en múltiples publicaciones ([1], [2], [3], [4], [5]), posee algunos elementos que ya se han hecho tradicionales. En primer lugar, tanto las entradas (x) como las salidas (u) se dividen en subintervalos con bordes difusos, que se corresponden con valores lingüísticos definidos de una manera vaga, por ejemplo:

Muy Alto negativo (MA-), Bajo negativo (B-), cercano al cero (Z), Mediano Positivo (M+), etc.; estos nombres se sustituyen por marcas numéricas en algunas aplicaciones.
Además, entre dos subintervalos contiguos existe el solapamiento, que puede ser total o parcial (Fig. 1). Un valor de la magnitud fuzzyficada puede pertenecer a ambos subintervalos, aunque con diferente membresía. Para el controlador de dos entradas x_1 y x_2 la situación puede ser,. por ejemplo, la siguiente:

entrada x_1: m *(Z)* y m (MB+)

entrada x_2: m *(M-) y* m (A-).

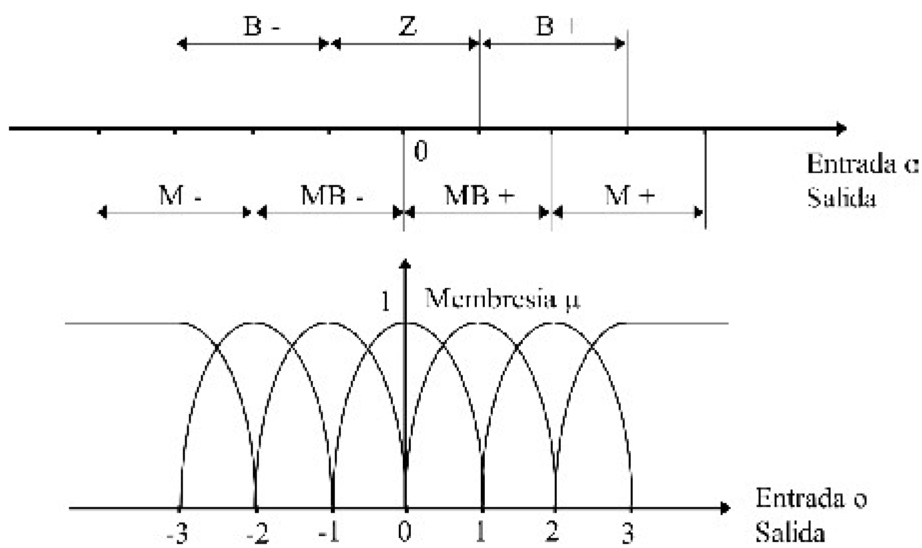

Figura: 1

En segundo lugar, entre las entradas y las salidas se establece la relación de implicación lógica, la cual permite indicar sin necesidad de cálculo el intervalo donde se encuentra el valor necesario de la salida de mando a partir de los intervalos donde hayan caído las entradas dadas, por ejemplo en el trabajo [2] se ofrece la siguiente fórmula para el controlador de dos entradas x_1 y x_2 y una salida u:

IF *((*x_1 es *i)* AND *(*x_2 es *j))* THEN *(u* es *-(i+j))*

donde: i , j e (i + j) son las marcas de los subintervalos correspondientes.
Para el ejemplo citado arriba con solapamiento total de intervalos la aplicación de (1) implica la necesidad de considerar cuatro combinaciones:

(x_1 es Z) **AND** (x_2 es M-)
(x_1 es Z) **AND** (x_2 es A-)
(x_1 es MB+) **AND** (x_2 es M-)
*(x_1 es MB+) **AND** (x_2 es A-)*

La lógica fuzzy ofrece dos formas de calcular el AND para hallar la membresía resultante de entrada m_r:

1. m_r =min(m_1, m_2
2. $m_r = m_1 \cdot m_2$

La primera de ellas es la más aplicada debido a su sencillez, aunque provoca cierta pérdida de información, ya que sólo una de las entradas es considerada (con m mínima)..La segunda está libre de esta desventaja, pero la membresía resultante es desproporcionalmente menor (el producto de dos números menores que uno es menor que el menor de ellos).
La aplicación de (1) para nuestro ejemplo daría cuatro intervalos de la salida, entre los cuales uno resultara repetido.

Para determinar la membresía equivalente de intervalos repetidos, se aplica la fórmula de Lukasiewicz [1] :

m_e =min (m_a + m_b, 1) ,
donde: m_a, m_b - membresías de intervalos repetidos;
m_e - membresía equivalente.

En cuarto lugar, para hallar el valor resultante de la salida de mando, se utiliza un procedimiento de defuzzyficación que desde la aparición del Método del Centro de Gravedad (Binger, 1992) se realiza según este último, que de hecho consiste en seleccionar el valor mencionado como promedio sopesado entre los valores centrales de los intervalos obtenidos anteriormente; los pesos dependen del tipo de inferencia fuzzy empleado[1].
El breve recuento de los elementos esenciales del algoritmo del Controlador Fuzzy tradicional pone fuera de toda duda su complejidad, no obstante el hecho de que sus cualidades como controlador eficiente se han demostrado en múltiples aplicaciones ([1],[3],[5]).
El análisis más detallado revela, que la causa fundamental de estas dificultades radica en el solapamiento mutuo de los bordes de subintervalos, lo cual por el otro lado parece imprescindible, dada la definición de los conjuntos fuzzy correspondientes, como aquellos cuyos elementos son aproximadamente iguales al valor central del subintervalo. Por lo tanto para mejorar el funcionamiento en tiempo real hace falta cambiar la definición de la función de membresía.

2 Membresía Monótona por Intervalos

Para definir la función de la membresía de tal forma que esta resultara monótona, utilizamos el enunciado lógico fuzzy "((mayor que lmin) OR (igual que lmin)) " combinado con la condición lógica convencional "menor que lmax", donde lmin y lmax son los límites mínimo y máximo del subintervalo o valor lingüístico. La membresía dentro de cada subintervalo debe partir de 0 para lmin y llegar a 1 para lmax, siendo la forma de la curva ajustable según la aplicación práctica dada. Entre las curvas que se pueden utilizar para modelar la función de este tipo, se encuentran: lineal,

lineal por tramos, parábola (mitad), logarítmica (para argumento mayor que 1). El aspecto importante de tal definición de la membresía es que ésta crece junto con el valor de la variable, o sea, la membresía representa la posibilidad de que el valor de ésta última se acerque a lmax (Fig. 2), pero al mismo tiempo ningún valor puede pertenecer a más que un subintervalo, o sea el solapamiento está totalmente excluido.

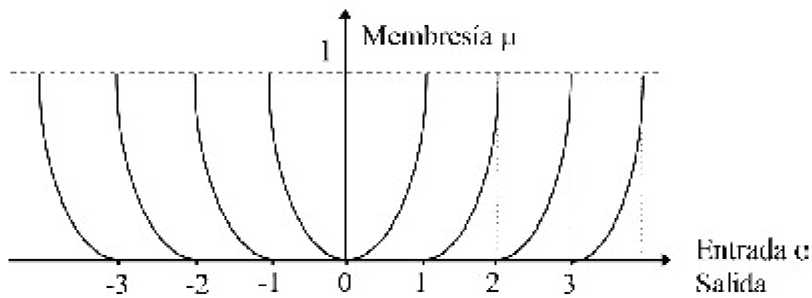

Figura: 2 Membresía monótona por intervalos.

La aplicación del (1) en estas condiciones determinaría un único intervalo de la salida, dentro del cual está el valor necesario de ésta.

3 Análisis del Método del Centro de Gravedad

El Método de Defuzzyficación del Centro de Gravedad consiste en determinar el valor de la salida como la abscisa del centro de gravedad de la figura que se obtiene como resultado de aplicar la inferencia fuzzy entre los subintervalos de entradas y salidas [2]. Los tipos de inferencia de uso más frecuente son : Mamdani, Larsen, Drastic Product y Bounded Product, aunque actualmente se plantea que se puede utilizar cualquier norma triangular para este fin [8]. La fórmula de la abscisa del centro de gravedad de una figura plana es:

$$u_c = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\Delta S_i u_i\right)}{\sum_{i=1}^{n} \Delta S_i} \qquad (2)$$

donde: ΔS_i es el área elemental

u_i es la abscisa del centro de gravedad de ΔS_i

Para simplificar, analizaremos el caso de la membresía lineal (Fig.3) de un subintervalo de la salida y la inferencia fuzzy de Mamdani. Para el controlador de dos entradas de nuestro ejemplo, a cada una de estas correspondería un único valor de la membresía que denominaremos m_1 y m_2 .

Aplicando AND según su definición más frecuente, obtenemos:

m =min (m_1 , m_2), (3)

donde: m es la membresía de entrada resultante.

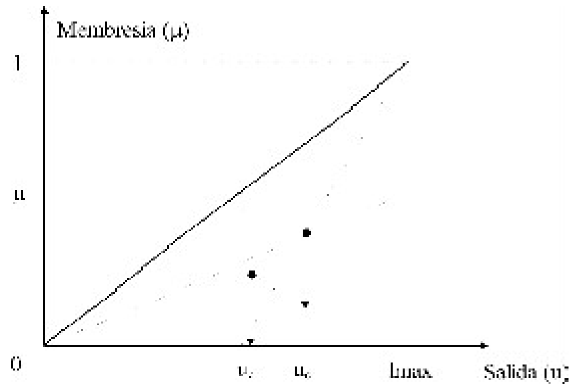

Fig. 3 Un intervalo con membresía lineal monótona.

Si μ es igual a uno, la aplicación del (2) daría el centro de gravedad del triángulo u_{c1}, que se encuentra en la intersección de sus medianas, a 2/3 del intervalo [lmin,lmax]. Si μ <1, tenemos el centro de gravedad del trapecio u_{c2} , que se calcula por la fórmula siguiente:

$$u_c = \frac{l\,max(\frac{1}{2} - \mu - \frac{5}{6}\mu^2)}{1 - \mu + \frac{1}{2}\mu^2}$$

Es fácil de comprobar, que a medida que μ disminuya, el centro de gravedad se mueve hacia el cero, pero no puede sobrepasar el punto lmax/2 . Por ende, tanto el tercio superior como la mitad inferior del intervalo en cuestión queda fuera de alcance. Si adaptáramos el centro de gravedad de la figura de membresía monótona como el resultado de la defuzzyficación, nos expondríamos al peligro de saltos bruscos en la salida de mando del controlador, cuando una de entradas cambia de intervalo.

4. Análisis de la operación AND.

La aplicación del (3) para el caso de membresía monótona no proporciona resultado convincente. Tomemos como ejemplo la definición muy difundida de las entradas del controlador :

$$x_1 = Ref - Var\ C$$

$$x_2 = \frac{dx_1}{dt};$$

donde: Ref es la referencia;

$Var\ C$ es la variable controlada;

Sea en un momento dado $\mu_1 = \mu_2$, luego $\mu = \min(\mu_1, \mu_2) = \mu_1$. Vamos a suponer, que en el momento (ciclo) siguiente la velocidad del error crece, entonces su membresía también crecerá: $\mu_2 > \mu_1$, (se supone que x_2 sigue dentro del mismo intervalo).

Al aplicar el AND, obtenemos: $m = \min(m_1, m_{2)} = m_1$

o sea, la membresía resultante no cambia. Esto significa, que al realizar la defuzzyficación nos quedamos con el mismo valor de la salida u del momento anterior, lo cual no es lógico, porque si el error es el mismo, pero crece más rápido, la salida de mando del controlador debe ser mayor.
Este defecto es aun mayor en caso de la membresía sin solapamiento, porque carecemos de medios para corregirlo. Resulta obvio, que para aprovechar al máximo las ventajas de la membresía monótona tenemos que elaborar otro procedimiento para obtener la membresía equivalente de entrada.

5 Procedimiento de Defuzzyficación Propuesto

Proponemos el siguiente procedimiento de defuzzyficación: se determina la membresía combinada m de todas las entradas como la media geométrica entre m_1 y m_2 para el controlador de dos entradas (a esta modalidad corresponde la ley de regulación PI que es la más frecuente de utilizar) o como la media aritmética (para mayor cantidad de entradas); con la membresía m resultante se determina el valor de la salida directamente por la curva de membresía. A continuación, se expone su fundamentación.
La media geométrica no es más que la segunda definición del AND fuzzy (ver introducción.), de la cual se sustrae la raíz cuadrada para normalizar el resultado, devolviéndole las proporciones iniciales. Además, la media geométrica tiene la relación directa con la Regla de Oro, tan ampliamente utilizada en el arte y la arquitectura desde la antigüedad y cuya importancia para los procesos esenciales de la Naturaleza se ha revelado hace unos años al encontrarla en la estructura de la AND que responde por el genotipo de los organismos vivos.
Aplicando la defuzzyficación propuesta al ejemplo anterior (Fig. 4), podemos apreciar, que los resultados son muy cercanos, con la ventaja de que cuando m =1 u llega a máximo del intervalo:

$$u = l\,max$$

mientras que el centro de gravedad para m =1 se sitúa en

$$u_c = \frac{2}{3}\left(l\,max - l\,min\right) + l\,min$$

sea, el método propuesto está libre de las inconvenientes del Método del Centro de Gravedad y los valores de la salida de mando pueden abarcar la totalidad del intervalo [lmin,lmax] (Fig.4).

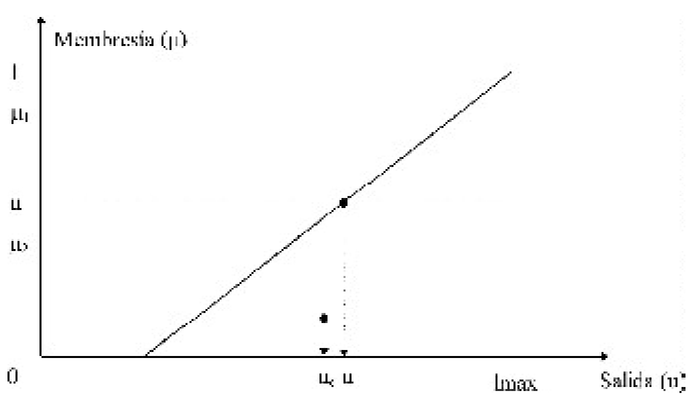

Figura:4

La media geométrica de membresías de las entradas puede sustituirse por la media aritmética para abreviar los cálculos; como se conoce, esta última siempre es mayor que la primera, lo cual significa, que la simplificación del algoritmo por este medio equivale al leve aumento de la ganancia del controlador.
Tanto el procedimiento propuesto como sus elementos (forma de las curvas de membresía, cantidad de subintervalos, combinación de membresías de las entradas) requieren el análisis más detallado. Proponemos utilizar para este fin la simulación del sistema con controlador bajo estudio, cuyos resultados permitirían formular las recomendaciones prácticas para el uso del Controlador Fuzzy con membresía monótona por intervalos.

6 Conclusiones

El algorítmo del Controlador Fuzzy con membresía monótona resulta significativamente mejor con relación al tradicional en cuanto a la velocidad del procesamiento de la información sobre las variables controladas. En este sentido son de consideración los aspectos siguientes:

- Se elimina la necesidad de analizar las combinaciones de subintervalos en controladores de varias entradas;
- No se debe comprobar la posibilidad de intervalos repetidos de la salida de mando;
- Resulta innecesario el uso del Método del Centro de Gravedad y por ende hay más libertad para seleccionar las curvas no lineales de membresía (sin limitaciones por la necesidad de calcular las áreas bajo estas curvas).
- El valor de la salida resultante no se calcula, sino se toma de la curva de membresía, que en el caso de definirse la misma como una look - up - table proporciona grandes ventajas en cuanto a la velocidad en el tiempo real.

Bibliografía

[1] Muñoz Moner A.F. Tecnología de Control Avanzada Borrosa. Monografía. Edit. Iberoamericana. 397 págs. 1997.

[2] Kwong W. A. and K.M. Passino Dinamically focused fuzzy learning control. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetic. Part B, vol. 26, No.1,1998, pp53-74

[3] Lee C.C. Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller- Part I. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetic.Part B, vol. 20, No.2,1999,pp404-418

[4] Lee C.C. Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller- Part I. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetic.Part B, vol. 20, No.2,1999,pp419-435

[5] Yager R. R. And Filer Essential of Fuzzy Modeling and Control New York: Jhon Wiley & Sons Inc. 2000, 278 págs.

[6] Ostrowski D. J, P.Y.K Cheung K Rombaut An outline of the intuitive design of Fuzzy logic and its efficient implementation. Proc. Of the IV IEEE International Conference on Fuzzy Systems, San Francisco, California, 1999, 184-189.

[7] Pagni A. R. Poluzzi, G. Rizzotto Automatic synthesis, anlysis, and implementation of a Fuzzy controller. Proc. Of the IV IEEE International Conference on Fuzzy Systems, San Francisco, California, 1999, 105-110.

[8] Hung C.C. B Fernandez Minimizing rules of Fuzzy logic system by using a systematic approach, Proc. Of the IV IEEE International Conference on Fuzzy Systems, San Francisco, California, 1999, 38-44.