

## Síntesis de un bajón por modelado físico utilizando guías de ondas digitales

Jorge A.Mora\*, Camilo A.Flores\*\*, Andrés M.Cárdenas\*\*\*.

Fecha de Recibido: 25/08/2010      Fecha de Aprobación: 04/10/2010

### Resumen

En este artículo, se presenta una forma detallada de cómo realizar la síntesis por guías de ondas digitales para modelar instrumentos de cuerda rasgada, particularmente el Banjo. Además, se hace una descripción de las partes más importantes de este instrumento y se propone un método para obtener la respuesta al impulso de su caja de resonancia. También se muestra un modelo del instrumento con sus 5 cuerdas al aire implementado, parametrizado con base a similitudes subjetivas con el instrumento real y se explica cómo realizar la simulación en Matlab® y Simulink. Se muestran las 5 gráficas de los sonidos producidos por cada una de las cuerdas del modelo y se hace un breve análisis de cada uno de estos. Por último, se plantean conclusiones y sugerencias para próximas etapas de la investigación.

**Palabras clave:** *Síntesis, Guías de Ondas Digitales, Banjo, instrumentos de cuerda rasgada.*

### Abstract

This article presents a detailed way of how to carry out digital wave guide synthesis for modeling plucked strings instruments, specially the Banjo. Besides, here is a description of the most relevant Banjo's parts and a proposal of a method to obtain the impulse response of the instrument's resonator. Also, an implemented model is parametrized, based on subjective similarities with the real instrument. How to simulate with the model in Matlab® and Simulink is explained. 5 figures of the sounds produced by each string of the model are shown, and a brief analysis of these sounds is done. To finish, conclusions and suggestions are exposed for next research stages.

**Keywords:** *Synthesis, Digital Wave Guide, Banjo, Plucked String Instruments.*

---

\***Jorge A. Mora:** Estudiante de ingeniería de sonido e ingeniería electrónica. Perteneció al Semillero de investigación en robótica móvil, Universidad San Buenaventura, Medellín, Colombia.

**Correo Electrónico:** jorgea.morar@gmail.com

\*\***Camilo A. Flores:** Ingeniero electricista. Perteneció al Semillero de investigación en robótica móvil, Universidad San Buenaventura, Medellín, Colombia.

**Correo Electrónico:** cflorez75@gmail.com

\*\*\***Andrés M. Cárdenas:** Es ingeniero Electrónico, C.MSc. Director del Semillero de investigación en robótica móvil, Universidad San Buenaventura, Medellín, Colombia.

**Correo Electrónico:** Andresm.cardenas@usbmed.edu.co

§ Se concede autorización para copiar gratuitamente parte o todo el material publicado en la Revista Colombiana de Computación siempre y cuando las copias no sean usadas para fines comerciales, y que se especifique que la copia se realiza con el consentimiento de la Revista Colombiana de Computación.

## 1. Introducción

La síntesis de sonido es considerada, hoy en día, como una herramienta de gran utilidad para distintas aplicaciones en la producción musical en distintos ámbitos, como el cine, los videojuegos, sonidos para dispositivos celulares o la creación de canciones corrientes, entre otros. Sin embargo, obtener la emulación de sonidos reales es un proceso complejo técnicamente y de un alto consumo de recursos computacionales. Por esta razón, durante mucho tiempo se ha preferido utilizar muestras de sonidos grabados, conocidos como “Samples”, para la implementación de instrumentos virtuales, aunque este método presenta inconvenientes por su gran consumo de memoria y limitada capacidad de expresividad, comparado con el instrumento real que se emula. Sin embargo, con el transcurso de los años, la capacidad de procesamiento de los computadores ha mejorado considerablemente, permitiendo la creación de nuevos métodos de síntesis con una alta calidad sonora y con un menor consumo de memoria que el requerido por la utilización de “Samples”.

Como se menciona en (1), algunos métodos de síntesis pueden clasificarse en Síntesis Espectral, Síntesis por Algoritmos Abstractos, Procesamiento de Muestras Grabadas y la Síntesis por Modelado Físico.

Para el caso de síntesis espectral, el análisis se concentra en su atención en analizar las frecuencias características del sonido que se desea sintetizar. Como ejemplo se encuentran la síntesis aditiva y sustractiva con las consideraciones actuales para generar el comportamiento dinámico de las componentes espectrales características del timbre de los instrumentos musicales.

La síntesis por algoritmos abstractos se basa en la producción de sonidos mediante fórmulas matemáticas que no necesitan estar relacionadas con los principios acústicos del mundo real. Dentro de esta clasificación se encuentra la síntesis por modulación de frecuencia (FM) de gran auge en la década de los 80.

En el procesamiento de muestras grabadas, se realizan grabaciones de un sonido y luego se procesa para sintonizarlo hasta obtener el resultado deseado.

Por último, la síntesis por modelado físico consiste en la creación de un modelo matemático que describa el comportamiento del instrumento con base a los principios físicos que lo rigen. Este método se divide en

dos categorías: técnicas de descomposición modal, que consisten en formulaciones de los sistemas dentro del dominio de la frecuencia, y las técnicas de dominio temporal como la guía de ondas digital, que es el método de síntesis por modelado físico más utilizado en la actualidad.

El objetivo de este artículo es mostrar una aplicación de síntesis por guía de onda digital para modelar un banjo de 5 cuerdas, utilizando una parametrización basada en el gusto para obtener el sonido deseado.

## 2. Marco Conceptual

### 2.1 Modelo físico por guías de ondas digitales de un instrumento musical de cuerda rasgada.

La síntesis por guías de ondas digitales, DWG (Digital Wave Guide) propuesta en (2), se basa en la ecuación de onda representativa de la situación que se desea modelar. Para el caso de una cuerda, se parte de la solución de D’lambert para la ecuación de onda, mostrada en la Ecuación (1). En ésta, la onda viajera tiene dos componentes que se desplazan en sentidos opuestos hacia los extremos de la cuerda, así que es la onda que se desplaza hacia la derecha y la que se desplaza hacia la izquierda.

$$y(t, x) = y_d\left(t - \frac{x}{c}\right) + y_i\left(t + \frac{x}{c}\right) \quad (1)$$

Esta solución a la ecuación de onda, se debe discretizar en el tiempo y en la posición, lo que significa que se partirá la cuerda en fragmentos de igual longitud que variarán de posición para cada instante de tiempo  $nT$ , donde  $T$ (s) es el periodo de muestreo.

$$y(t_n, x_m) = y_d\left(nT - \frac{mX}{c}\right) + y_i\left(nT + \frac{mX}{c}\right) \quad (2)$$

Ahora, se sabe que la velocidad de la onda en una cuerda  $c(\frac{m}{s})$  está relacionada con la densidad lineal  $\mu(\frac{kg}{m})$  y la tensión  $K$ (N) así:

$$c = \sqrt{\frac{K}{\mu}} \quad (3)$$

$$X = cT \quad (4)$$

La onda avanza  $X$  metros cada periodo, como se muestra en la **Ecuación (4)**, por lo tanto, mediante la **Ecuación (5)** se puede determinar la cantidad de fragmentos en los que es partida la cuerda.

$$m = \frac{L}{cT} \quad (5)$$

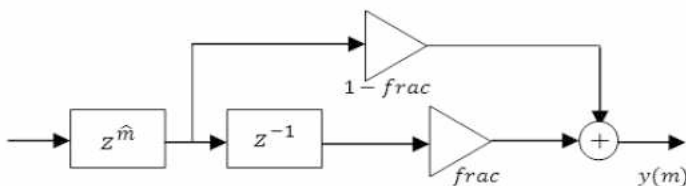
\*Donde  $L$  (m) es la longitud de la cuerda.

Es frecuente encontrar que  $m$  no sea un número entero de retardos. Cuando esto ocurre, se debe utilizar algún método de interpolación para producir retardos fraccionales. Uno de los métodos es la interpolación lineal, que permite obtener el valor de la señal para un valor de retardo fraccional, trazando una línea recta entre dos muestras consecutivas y ubicando sobre esta línea el valor de la señal. Para realizar la interpolación es necesario definir  $\hat{m}$  como el entero menor más próximo a  $m$  y  $frac$  como la parte no entera de  $m$ , que se obtiene como  $frac = m - \hat{m}$

En la ecuación (6) se plantea la interpolación lineal.

$$y(m) = frac * y(\hat{m} - 1) + (1 - frac) * y(\hat{m}) \quad (6)$$

Con la **Ecuación (6)**, se construye el diagrama de bloques del interpolador lineal, como se muestra en la **Figura 1**.



**Figura 1.** Diagrama de bloques interpolador lineal

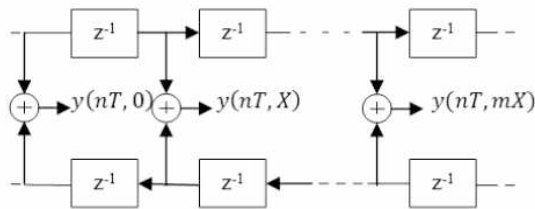
Volviendo al modelo de guía de onda digital, si se reemplazan (3) y (4) en (2) se obtiene una ecuación, que depende solo del tiempo

$$y(t_n) = y_d((n - m)T) + y_i((n + m)T) \quad (7)$$

Como convención se escribirá las ecuaciones en tiempo discreto sin  $T$ , ya que este va implícito en este dominio.

$$y(n) = y_d(n - m) + y_i(n + m) \quad (8)$$

Con base a estas ecuaciones se plantea el modelo básico de una guía de onda digital.



**Figura 2.** Diagrama de bloques de guía de onda digital

Ahora, para centrarnos en el ejemplo concreto del modelo de guía de onda para un instrumento de cuerda rasgada, hay que hacer varias observaciones:

- En los instrumentos acústicos, la cuerda es perturbada y comienza a oscilar. Estas oscilaciones se transmiten a la caja de resonancia mayormente en un punto del instrumento (el puente), por lo tanto, la salida del modelo de una cuerda se encuentra en este punto.
- El punto de la entrada puede variar de posición, por eso hay que ubicarlo en el fragmento de cuerda correspondiente.
- La energía de la entrada se parte en dos, una para la onda que avanza hacia derecha y otra para la onda que avanza hacia izquierda.
- Existen diferencias en los sonidos producidos por el instrumento ante distintas amplitudes de la señal de entrada y variaciones en el área de contacto con la cuerda.
- En los extremos de la cuerda, se encuentran topes rígidos, que provocan una reflexión de la onda y una atenuación en altas frecuencias.
- Debido a la transmisión por vibraciones cuerda–caja de resonancia, esta última empieza a vibrar, moviendo las partículas de aire que se encuentran a su alrededor y provocando un aporte en el sonido debido su respuesta característica.

A continuación se muestra el modelo general, por guías de ondas digitales, para una cuerda rasgada que presenta la propagación de la onda en una sola dimensión.

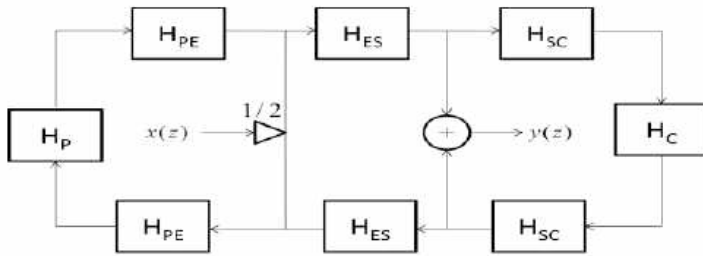


Figura 3. H cuerda en una dimensión

**HP:** función de transferencia debida al puente del instrumento. Por lo general está compuesta de una inversión y un pasa bajos.

**HPE:** función de transferencia debida a al tramo de cuerda entre el puente y el punto de excitación.

**HES:** función de transferencia debida a al tramo de cuerda entre el punto de excitación y el punto de salida.

**HSC:** función de transferencia debida a al tramo de cuerda entre el punto de salida y la cajuela.

**HC:** función de transferencia debida a la cajuela del instrumento. Por lo general está compuesta de una inversión y un pasa bajos distinto al del puente.

Si se desea obtener el modelo de una cuerda en la que la onda se propaga en 2 dimensiones, que es un caso que se acerca más a la realidad, es necesario, como mencionan en (3):

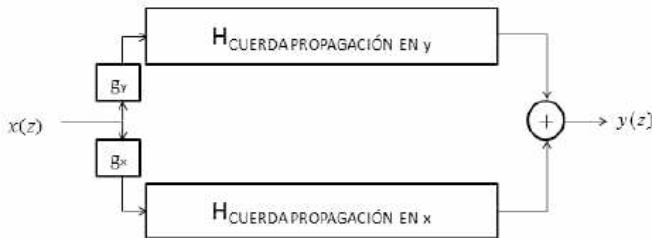
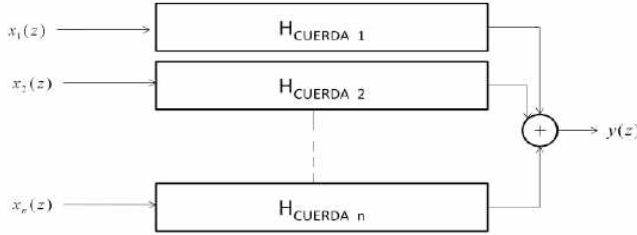


Figura 4. Hcuerda

Debe existir una pequeña diferencia en la cantidad total de retardos  $m_y$  y  $m_x$  para producir el efecto tipo “chorus” que se presenta en una cuerda real.

Además, la fuerza con la que se perturba la cuerda tiene 2 componentes, por lo que se debe dividir la entrada en 2 mediante las ganancias  $g_y$  y  $g_x$

Continuando con el modelo completo, hace falta hacer un arreglo con todas las cuerdas del instrumento, que permita perturbar independientemente cada una cuando se desee.



**Figura 5.** H cuerdas

Además se debe tener en cuenta el acople entre las cuerdas, debido que al perturbar una, ésta transmite vibraciones al puente del instrumento, y éste a su vez, transmitirá vibraciones a las otras cuerdas (3).

La caja de resonancia es clave para producir el sonido característico de un instrumento. Sin embargo, modelar físicamente el comportamiento de éste es un tema complejo. Por lo tanto, asumiendo que el modelo del instrumento es lineal e invariante en el tiempo, se decidió aprovechar la propiedad de la convolución mediante la cual se puede obtener la salida de un sistema ante cualquier entrada conociendo su respuesta al impulso, de la siguiente forma:

$$y(n) = h(n) * x(n) \tag{14}$$

Donde  $h(n)$  es la respuesta al impulso,  $x(n)$  es la respuesta al impulso,  $x(n)$  es la entrada y  $y(n)$  la salida del sistema.

Con el modelo completo de las cuerdas del instrumento, queda faltando el aporte que hace la caja de resonancia del instrumento al sonido, y el ajuste que se debe hacer en la respuesta, debido a la variación de la amplitud de entrada y al área de contacto en la cuerda (4):

$$y_{instrumento} = E(n) * H_{cuerda}(n) * C(n) \tag{9}$$

Donde

- $E(n)$ : filtro de ajuste para la excitación que tiene en cuenta la amplitud de la señal de entrada y el área de contacto con la cuerda, para modificar su frecuencia de corte.
- $H_{cuerda}(n)$ : propagación de la onda en la cuerda.
- $C(n)$ : respuesta al impulso de la caja de resonancia del instrumento.

### 3. Descripción física del banjo

En este proyecto, se decidió implementar la síntesis por guías de ondas digitales para un banjo *bluegrass*. El banjo *bluegrass* es un instrumento representativo de la música estadounidense. Normalmente tiene entre 4 y 6 cuerdas y se diferencia del banjo *openback* debido a que posee un resonador de madera en su parte trasera. Además de la tapa de madera, el resonador está compuesto por un parche similar al de un redoblante en su parte delantera, sobre el cual se coloca el puente. Éste se encarga de transferir las vibraciones de las cuerdas al resonador y reflejar la onda. En el clavijero se encuentran las clavijas, responsables de tensionar las cuerdas para variar su afinación. La cajuela es el otro tope responsable de la inversión de la onda. Los trastes se encargan de permitir la variación discreta de la afinación de la cuerda en tiempo de ejecución del instrumento.

Vale la pena tener en cuenta para el modelo, que el banjo se toca habitualmente con unas “uñas” que son extensiones artificiales para los dedos. Éstas generan un sonido brillante, característico del genero country donde el banjo es un instrumento emblemático.

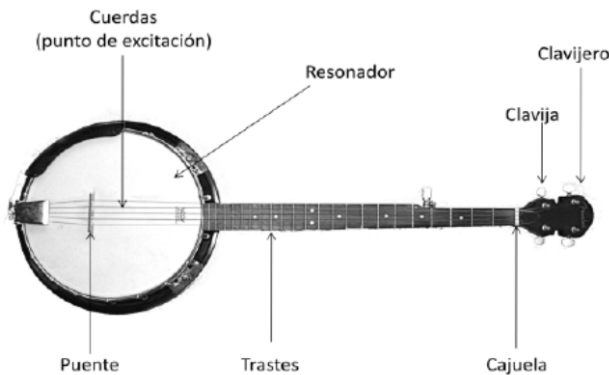


Ilustración 1. El Banjo y sus partes

## 4. Modelo propuesto para el banjo

### 4.1 Ecuaciones de Onda Representativas de las Cuerdas del Banjo en Tiempo Discreto

El banjo que se sintetizó es un instrumento marca Fender® de 5 cuerdas. Está afinado en sol mayor de la siguiente forma:



- 1º cuerda: RE
- 2º cuerda: SI
- 3º cuerda: SOL
- 4º cuerda: RE
- 5º cuerda: SOL

Con base a los valores propuestos en (5), de la tensión y la densidad lineal para cada cuerda del bajo, se obtiene el valor de  $c$  y  $m$  para cada cuerda:

**Tabla 1.** Parámetros de afinación calculados para cada cuerda

No. Cuerda	Nota	Velocidad del Sonido (m/s)	Retardos m
1º	RE	402	75.26
2º	SI	338.88	89.27
3º	SOL	268.91	112.50
4º	RE	201.68	150.00
5º	SOL	402.2	56.24

Con el valor de  $m$  se construyen las ecuaciones de guías de ondas digitales

$$y_1(n) = y_d(n - 75.26) + y_i(n + 75.26) \quad (10)$$

$$y_2(n) = y_d(n - 89.27) + y_i(n + 89.27) \quad (11)$$

$$y_3(n) = y_d(n - 112.50) + y_i(n + 112.50) \quad (12)$$

$$y_4(n) = y_d(n - 150) + y_i(n + 150) \quad (13)$$

$$y_5(n) = y_d(n - 56.24) + y_i(n + 56.24) \quad (14)$$

El resto de los parámetros que se lista a continuación, fueron escogidos subjetivamente. Por esta razón, se decide listarlos y dejar al lector la decisión de parametrizar el modelo a su gusto. Una forma rigurosa para parametrizar el modelo es propuesta en (6)

**Tabla 2.** Otros parámetros del modelo

Parámetro	Descripción
$G_x$	Ganancia de la perturbación de entrada en x.
$G_y$	Ganancia de la perturbación de entrada en y.
$K_p$ $K_x$	Ganancia de filtro pasabajos de primer orden en el puente.
$f_{cc}$	Ganancia de filtro pasabajos de primer orden en la cajuela.

Parámetro	Descripción
fcc	Frecuencia de corte de filtro pasabajos de primer orden en la cajuela
fcp	Frecuencia de corte de filtro pasabajos de primer orden en el puente
m»	Cantidad de retardos para la doble polarización de una cuerda
fce	Frecuencia de corte de filtro pasabajos de primer orden para la excitación

### 4.1 Diagramas de bloques del modelo de una cuerda del banjo en simulink

A continuación se muestran los diagramas de bloques de la implementación del modelo de una cuerda del instrumento en Simulink.

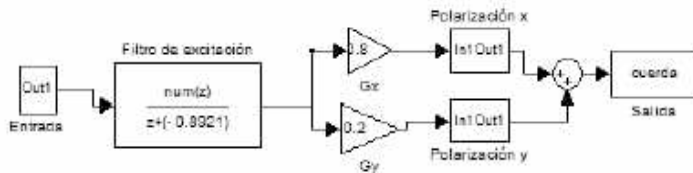


Figura 6. Modelo de una cuerda con doble polarización.

Luego de mostrar el modelo completo con doble polarización, se expone cada sub-bloque en detalle.

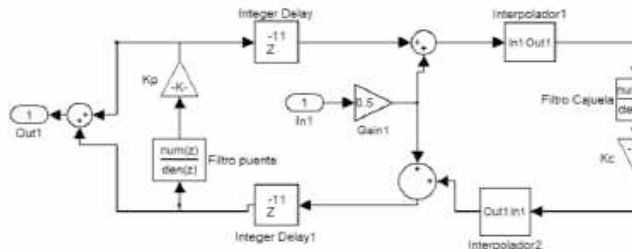


Figura 7. Polarización en una dimensión.

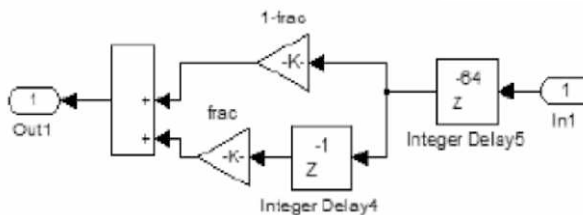
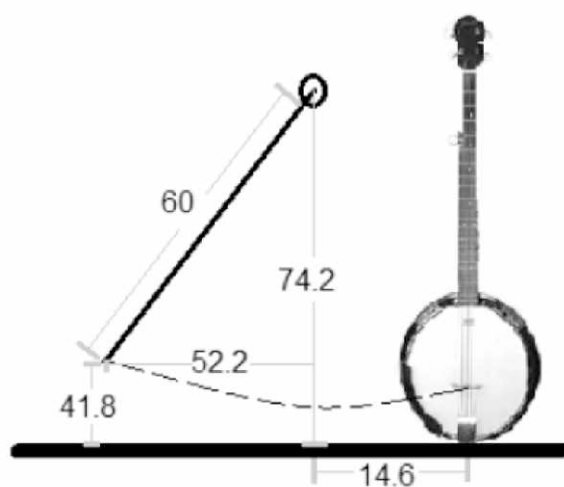


Figura 8. Interpolador lineal

### 4.3 Respuesta al impulso de la caja de resonancia

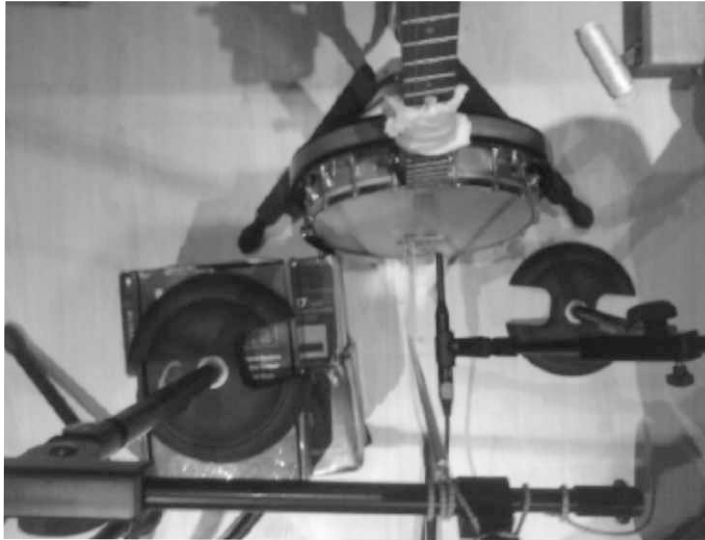
La prueba se llevo a cabo en un estudio de grabación de la Universidad San Buenaventura sede Medellín que presenta un tiempo de reverberación corto y muy buenas condiciones de aislamiento acústico.

El experimento es una variación del propuesto en (7). Consiste en percutir, con un péndulo rígido de aluminio, al puente del banjo. El uso de un péndulo se basa en la idea de simular un impulso de fuerza, sin incurrir en ruidos que interfirieran con la medición, y tener la posibilidad extra de calcular la fuerza de impacto mediante ecuaciones físicas. Utilizando un péndulo rígido, se asegura que éste golpee siempre en la misma parte al puente; y con una altura fija de lanzamiento, se garantiza una fuerza aproximadamente constante en cada prueba.



**Ilustración 2.** Esquema del experimento para obtener la respuesta el impulso de la caja de resonancia del banjo.

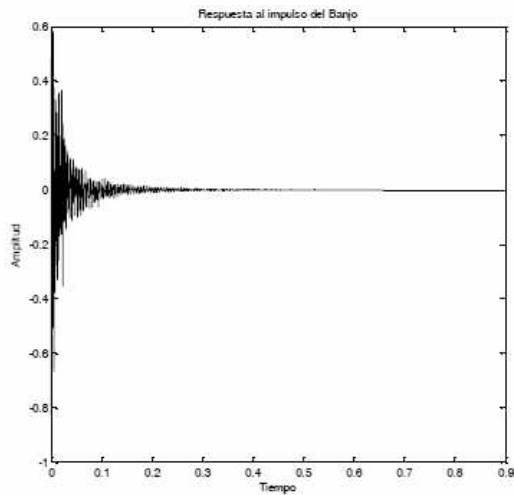
En la Ilustración 2. se muestra el esquema del experimento realizado con las distancias en centímetros (cm). La masa de la varilla utilizada fue de 44.5 gramos (g). Las cuerdas del instrumento se cubrieron para evitar que estas interfirieran en las mediciones. El micrófono utilizado fue un dbx® RTA-M, ubicado a 7.5 cm del eje de reposo del péndulo, y apuntaba a la segunda cuerda (SI).



**Ilustración 3.** Experimento para la obtención de la respuesta al impulso de la caja de resonancia del banjo.

Después del experimento, se analizaron los resultados y se encontró una alta similitud entre las distintas respuestas obtenidas.

Por último, se seleccionó la respuesta para realizar la simulación.



**Gráfica 1.** Respuesta al impulso del banjo.

## 5. Simulación

Para la simulación se utilizó Matlab® y Simulink, debido a que en esta etapa del proyecto no es nuestra preocupación la implementación en tiempo real del instrumento virtual.

La entrada al modelo fue un pulso muy corto de ruido blanco, ya que esta señal posee la misma energía para todas las frecuencias. La diferencia entre el tamaño de las líneas de retardo de ambas polarizaciones de las cuerdas, fue en promedio de 0.25 muestras para todas las cuerdas. Se realizaron pruebas para las distintas cuerdas y se variaron las ganancias en los topes de estas (puente y cajuela) con valores inferiores a la unidad, para mantener la estabilidad del sistema. El modelo de las cuerdas y el filtro de excitación se implementaron en Simulink (Figura 6.), la señal resultante se llevó al workspace de Matlab® y ahí se realizó la convolución con la respuesta al impulso obtenida. El filtro que ajusta la excitación, para los distintos casos de fuerza ejercida y área de contacto sobre la cuerda, es para bajos de primer orden, con una frecuencia de corte de 800Hz. En la Gráfica 3. se muestra cada una de las señales producidas por las cuerdas simuladas del banjo.

La comparación entre los sonidos producidos por el modelo y los producidos por el sistema real se debe realizar en el dominio del tiempo y la frecuencia. La forma más apropiada que se encontró, fue basarse en la transformada de Fourier de tiempo corto. Para esta etapa de la investigación no se realizó dicho procedimiento, porque la parametrización del modelo se realizó de forma subjetiva y cualitativa. Sin embargo, para una próxima etapa del proyecto, se pretende utilizar el procedimiento expuesto en (6), para calcular el error y parametrizar el modelo con base a la minimización de este.

## 6. Conclusiones

El modelo físico por guías de ondas digitales de una cuerda funciona según lo esperado en cuanto a frecuencia fundamental, es decir, los modelos de las 5 cuerdas del banjo produjeron sonidos “afinados”. El resto de las características variaban bajo alteraciones de los parámetros del modelo. Por esta razón, en una siguiente etapa del proyecto, se pretende parametrizar las cuerdas con base a mediciones mediante algoritmos genéticos, como se propone en (6). Luego de parametrizar el modelo, se realizará una validación de éste, comparando el sonido

simulado, con el sonido real.

Haciendo una comparación subjetiva, el sonido obtenido más similar al sonido real del banjo fue el de la 4<sup>o</sup> cuerda (Re). Los sonidos obtenidos de la 1<sup>o</sup>, 2<sup>o</sup> y 3<sup>o</sup> poseen frecuencias bajas que no existen en los sonidos reales; y la 5<sup>o</sup> cuerda (Sol) se escucha similar a la cuerda real, pero se puede mejorar con ajuste de los parámetros.

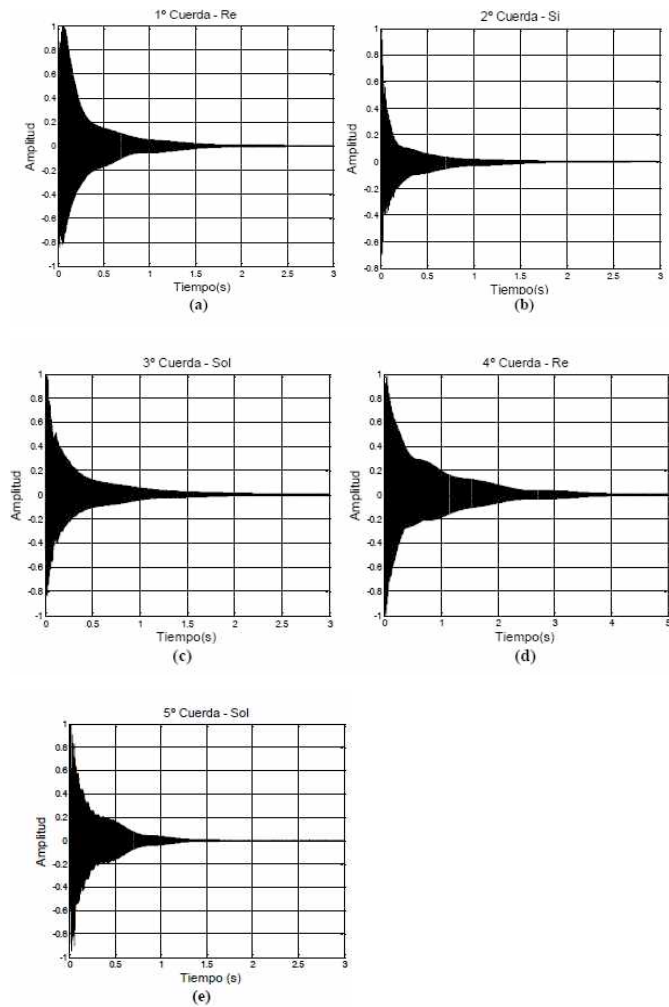
A pesar de que la ecuación de D'lambert es muy sencilla y no fue concebida para modelar la propagación de ondas en sólidos, su comportamiento en la síntesis de este tipo de instrumentos funciona bien, debido a que los sonidos obtenidos se asemejan mucho a los sonidos reales del instrumento. Una explicación de porque no es necesario utilizar otra ecuación se puede apreciar en (8).

Al no realizar el experimento para la obtención de la respuesta al impulso en una cámara anecóica, la captura se vio afectada por la sala, obteniendo así, la respuesta al impulso del banjo dentro del recinto en que fue grabada.

Las diferencias entre la perturbación del modelo y la perturbación real del instrumento introducen error a la simulación, y aunque existe un filtro de ajuste de excitación, no es suficientemente versátil para emular completamente la perturbación real. Por lo tanto, se plantea la posibilidad de en una próxima etapa del proyecto, utilizar algún algoritmo para la extracción de la excitación a partir de un sonido de cuerda grabado.

La utilización de Matlab® y Simulink permitió realizar las simulaciones de una forma ágil, ya que todos los

procedimientos matemáticos se pueden realizar de forma rápida en estos programas. Sin embargo, cuando se obtenga el modelo parametrizado final, se trabajará en la implementación del instrumento virtual en C, para poder ejecutarlo en tiempo real de una forma óptima.



Gráfica 2. Simulación final de cada una de las cuerdas del bajo al aire

## 7. Bibliografía

1. Villacorta, Nelly Lucrecia and Marchiar, Carlos Alejandro. Síntesis Digital de Sonido en Tiempo Real por Modelado Físico de Instrumentos Virtuales de Cuerda Percutida. Rosario :

- s.n., 2006.
2. Physical Modeling Using Digital Waveguides. Smith, J.O. 1992, Computer musical Journal, vol 16, pp. 74-91.
  3. Bard, Hazel. Bachelor of Science with Honours Mathematics and Computer Science. Investigating synthesis techniques for accurately modelling an acoustic guitar. s.l. : The University of Bath, Abril 2009.
  4. Síntesis de Sonido por Modelado Físico de Instrumentos de Cuerda Percutida. Mignini, Ezequiel A and Miyara, Federico. 2009, Mecánica computacional, vol 28, pp. 101-111.