

Aproximación tipo aprendizaje profundo al precio *spot* de la electricidad en Colombia

Deep learning approach to the spot price of electricity in Colombia

Alfredo Trespalacios¹, Luis Eduardo Franco Ceballos², Fariké Yorley Palacios Palacios³

¹ Escuela Latinoamericana de Administración y Emprendimiento – ELAE, Medellín, Colombia.

² Instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín, Colombia.

³ Fundación ECSIM, Medellín, Colombia.

alfredo.trespacios@gmail.com, luisefranco@itm.edu.co, yorley.palacios@fundacionecsim.org

(Recibido: 21 Octubre 2022; aceptado: 29 Septiembre 2025, publicado online: 31 Diciembre 2025)

Resumen. Las proyecciones del precio de la energía eléctrica son un insumo relevante para la evaluación de los resultados financieros de empresas en operación, la evaluación de nuevos proyectos de inversión y la estructuración de portafolios de cobertura. En este artículo realizamos un análisis de la eficacia de métodos de proyección del precio *spot* de la energía eléctrica en Colombia, basados en *deep learning* y su capacidad para vencer una estructura de tipo *ARIMA*. Los resultados son insumo para investigadores y analistas de mercados eléctricos a nivel global que estén interesados en realizar proyecciones de la energía eléctrica y también algunas variables que posean características de reversión a la media, alta volatilidad y saltos. En general, los métodos de *deep learning* considerados logran capturar la tendencia de la serie en periodos *out of sample*, pero no logran vencer el desempeño de pronósticos realizados al aplicar métodos de Box-Jenkins.

Palabras clave: aprendizaje profundo, mercados eléctricos, *ARIMA*, pronóstico.

Abstract. The electricity price forecast is relevant data for evaluating the financial results of operating companies, assessing new investment projects, and structuring hedging portfolios. This paper analyzes the effectiveness of spot price forecasting methods for electric power in Colombia based on Deep Learning and their ability to overcome an ARIMA-type structure. The results are input for researchers and analysts of global electricity markets who are interested in making projections of electric power and some variables that have mean reversion, high volatility, and jump characteristics. Deep Learning methods can capture the series trends in out-of-sample periods. However, they cannot beat the performance of forecasts made by applying Box-Jenkins approaches.

Keywords: deep learning, electricity markets, ARIMA, forecasting.

1 Introducción

Durante las últimas décadas, a nivel mundial, los mercados de electricidad han sufrido procesos de desregulación, introduciendo competencia en las actividades del sector y generando que los precios se determinen por medio de la interacción entre la oferta –generadores– y la demanda –agentes que compran energía y la venden a los consumidores– (Escribano y otros, 2011). En ese contexto, los generadores compiten para vender electricidad y los proveedores de los consumidores compran la electricidad a los precios que se van estableciendo. Lo anterior, sumado a las características idiosincráticas de cada mercado de energía en particular, así como a la no almacenabilidad de esta materia prima, genera incrementos en los niveles de incertidumbre del mercado, siendo muy superiores a los de otros bienes primarios y activos financieros. Por lo tanto, la modelación de los precios de la electricidad a largo, mediano y corto plazo representan un desafío (Karakatsani & Bunn, 2008). Adicionalmente, la fuerte penetración de fuentes de energías renovables en los sistemas eléctricos a nivel mundial contribuye a incrementar la volatilidad de los precios de la electricidad (Gianfreda y otros, 2016; Grossi & Nan, 2019).

El interés por la modelación de los precios de la energía a nivel mundial bajo los contextos particulares de cada mercado ha contribuido al incremento de propuestas metodológicas que buscan mejorar la precisión. No obstante, es difícil, en la mayoría de los casos, realizar comparaciones entre las diversas investigaciones, dado que se utilizan

diferentes conjuntos de datos, diversas implementaciones computacionales y diferentes medidas de error estadístico (Lago y otros, 2021; Hong y otros, 2020).

Para el caso de Colombia, entre los estudios que han abordado la modelación del precio de energía eléctrica se encuentran investigaciones que profundizan sobre el estudio de la volatilidad. Gil Zapata y Maya Ochoa (2008) realizaron un análisis detallado de la volatilidad en los precios de la energía eléctrica, destacando la importancia de entender las fluctuaciones para una mejor planificación y gestión del mercado eléctrico. Su trabajo proporciona una base sólida para futuras investigaciones sobre la estabilidad del mercado energético en Colombia. Otros autores han contrastado modelos estocásticos para el precio de la energía en Colombia. Uribe Gaviria y Trespalacios Carrasquilla (2014) compararon diferentes modelos estocásticos, evaluando su precisión y aplicabilidad en el contexto colombiano. Su estudio es crucial para identificar los modelos más adecuados para predecir los precios de la energía, lo que puede ayudar a los operadores del mercado a tomar decisiones más informadas.

Además, se ha indagado sobre la modelación de la demanda de energía eléctrica en Colombia más allá de la normalidad. Rendón y otros (2021) exploraron métodos avanzados para modelar la demanda de energía, considerando factores atípicos y eventos extremos. Este enfoque es esencial para mejorar la precisión de las predicciones de demanda y garantizar la estabilidad del suministro eléctrico.

Adicionalmente, se han propuesto alternativas para generar estrategias de cobertura usando derivados financieros. Trespalacios, Cortés y Perote (2021) investigaron el uso de derivados financieros como herramientas de cobertura para mitigar los riesgos asociados con la volatilidad de los precios de la energía. Su investigación ofrece soluciones prácticas para los participantes del mercado que buscan protegerse contra las fluctuaciones de precios.

También se han abordado metodologías de tipo semi-no paramétrica para modelar la incertidumbre en mercados de energía eléctrica. Trespalacios, Cortés y Perote (2020) propusieron un enfoque semi-no paramétrico para capturar la incertidumbre en los precios de la energía, proporcionando una alternativa más flexible y precisa en comparación con los modelos tradicionales. Este trabajo es fundamental para mejorar la comprensión y gestión de la incertidumbre en el mercado eléctrico colombiano.

El mercado eléctrico colombiano se destaca por las fuentes de incertidumbre involucradas en la formación del precio *spot*, debido a su alta dependencia de fuentes hídricas para la generación de electricidad, el impacto que tiene sobre el desempeño del mercado la ocurrencia del fenómeno climático El Niño-La Niña y la proactividad presentada por el Gobierno Nacional para la materialización de la transición energética.

Nowotarski, Tomczyk y Weron (2013) se centraron en la estimación y predicción robusta del componente estacional a largo plazo de los precios *spot* de la electricidad. Su trabajo proporciona métodos para mejorar la precisión de las predicciones a largo plazo, lo cual es crucial para la planificación y gestión del mercado eléctrico. Sumado a lo anterior, Nowotarski y Weron (2018) revisaron los avances recientes en la predicción de precios de electricidad, enfocándose en la predicción probabilística. Su revisión destaca las metodologías más efectivas y los desafíos actuales en el campo, proporcionando una guía para futuras investigaciones. Por otro lado, Marcjasz, Uniejewski y Weron (2019) subrayaron la importancia del componente estacional a largo plazo en la predicción de precios de electricidad a corto plazo utilizando redes neuronales *NARX*. Su investigación resalta cómo la inclusión de componentes estacionales puede mejorar significativamente la precisión de las predicciones.

Respecto a los modelos estadísticos, en su mayoría se enfocan en regresiones lineales para representar la variable dependiente, que normalmente corresponde al precio por día y hora de la energía eléctrica, y que se obtiene por medio de una combinación lineal de variables independientes. Estos estudios pueden tener un enfoque univariante o multivariante. Gianfreda, Ravazzolo y Rossini (2020) analizaron la eficacia de los modelos de regresión lineal en la predicción de precios de energía, destacando las ventajas y limitaciones de estos enfoques en diferentes contextos del mercado eléctrico.

Lago y otros (2021) describen tres problemas que existen en la modelación de los precios de la energía eléctrica. En primer lugar, existen investigaciones que comparan métodos estadísticos avanzados con métodos de *machine learning* simples, evidenciando que los métodos estadísticos son mejores; mientras que, otro grupo de investigaciones, comparan nuevos métodos de *machine learning* con métodos estadísticos simples, evidenciando que los métodos de *machine learning* son más precisos. En segundo lugar, otro grupo de estudios presenta periodos de prueba muy cortos lo que impide obtener resultados concluyentes. En tercer lugar, se encuentra otro grupo de estudios con los siguientes tres inconvenientes: no especifican la división exacta entre el conjunto de datos de entrenamiento y de prueba; no especifican las entradas utilizadas para el modelo de predicción; no especifican claramente el conjunto de datos empleado. Los problemas anteriores se han hecho más evidentes y se han profundizado con la popularidad del *deep learning* y el *machine learning*, en los que existe una multiplicidad de modelos; sin embargo, en ocasiones las comparaciones realizadas no son justas.

En este documento se hace un análisis sobre la pertinencia de la modelación del precio *spot* de la energía eléctrica en Colombia mediante técnicas de *deep learning*. Para este propósito se consideran diferentes especificaciones para estructuras de redes neuronales descritas durante el trabajo y se cuantifica su capacidad de pronóstico a un año desde enero de 2016 a septiembre de 2021. Estas estructuras de tipo *deep learning* se contrastan

con el resultado de un modelo tipo *ARIMA* – *Autoregressive Integrated Moving Average*; se encuentra que este último logra mejor desempeño en cinco de las ocho métricas utilizadas y solo logra ser superado por la estructura *deep learning* más simple en las otras tres métricas. El análisis del precio *spot* de la electricidad es un tema estudiado en la literatura, sin embargo, sigue siendo relevante debido a las características volátiles y no lineales del mercado eléctrico en Colombia, por lo que el enfoque comparativo es altamente pertinente, no solo para validar la robustez de métodos modernos frente a técnicas tradicionales, sino también para inspirar futuros estudios que profundicen en la mejora de modelos híbridos que combinen lo mejor de ambos enfoques.

En la segunda sección se describen los modelos *deep learning* compuestos por estructuras de redes neuronales. En la tercera sección se especifica la metodología utilizada en este trabajo. Luego, en la cuarta sección, se hace una descripción de los datos considerados para la investigación. Los resultados se presentan en la sección cinco. Finalmente, se presentan las conclusiones y recomendaciones de trabajo futuro.

2 Deep learning

Las redes neuronales artificiales –*NN* por sus siglas en inglés– están compuestas por capas de unidades conectadas entre sí –neuronas–. Desde el punto de vista matemático las *NN* consisten en una transformación no lineal $y = F(x)$ de la entrada x (Shiloh-Perl & Giryes, 2023). En comparación con las arquitecturas poco profundas, las *NN* con mayor número de capas ocultas, denominadas redes neuronales profundas (Schmidhuber, 2015), a menudo ofrecen una capacidad mayor de aprendizaje y extracción de características de datos de entrada de alta complejidad. En la Figura 1 se presenta la arquitectura de una estructura tipo *deep learning*.

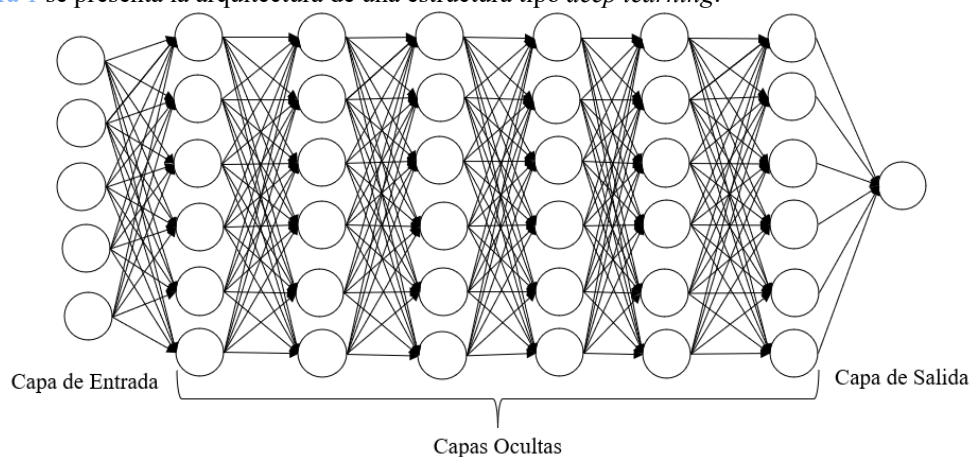


Figura 1. Arquitectura de red neuronal profunda con múltiples capas

Fuente: Elaboración propia

Allí, la conexión entre dos neuronas tiene un peso asociado w_{ij} , que se ajusta durante la fase de aprendizaje. Los datos de entrada se propagan desde la capa de entrada, neurona tras neurona, hasta la capa de salida. Cada neurona calcula una suma ponderada de sus entradas y aplica una función de activación no lineal para calcular su salida $f(x)$.

La operación realizada en cada capa de una red neuronal es la multiplicación de los datos de entrada de la capa anterior por los pesos que se conectan como la capa siguiente, por lo que la relación de los datos es completamente lineal, por lo que para mejorar la respuesta de la red ante datos no lineales se hace uso de las funciones de activación, las cuales son funciones usadas para introducir no-linealidad mediante la transformación de los datos de entrada a cada capa. Entre las funciones de activación las más destacadas por su uso se encuentran *ReLU* – *Rectified Linear Unit*– y *sigmoid* con algunas de sus variantes (Pretorius y otros, 2019).

La función de activación *ReLU* fue la usada en los modelos desarrollados en este trabajo. Como se observa en la Figura 2, esta produce una salida de 0, cuando x es menor que 0 ($f(x) = 0$), y produce una curva de pendiente 1 cuando x es mayor que 0 ($f(x) = x$) (Agarap, 2019).

En la Tabla 1 se presentan otras funciones de activación.

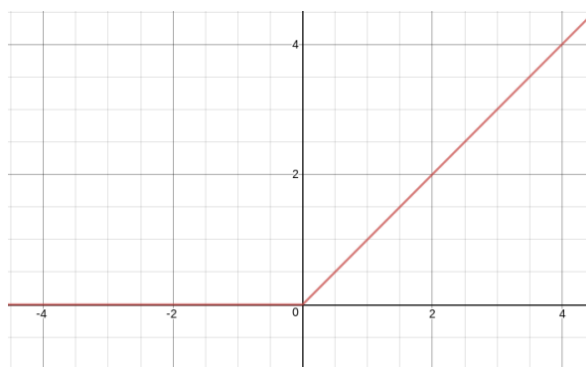


Figura 2. La función de activación *ReLU*

Fuente: Agarap (2019)

Tabla 1. Funciones de activación

	Función	Rango	Gráfica
Identidad	$y = x$	$[-\infty, +\infty]$	
Escalón	$y = \text{sign}(x)$ $y = H(x)$	$\{-1, +1\}$ $\{0, +1\}$	
Lineal a tramos	$y = \begin{cases} -1, & \text{si } x < -l \\ x, & \text{si } -l \leq x \leq +l \\ +1, & \text{si } x > +l \end{cases}$	$[-1, +1]$	
Sigmoidea	$y = \frac{1}{1 + e^{-x}}$ $y = \text{tgh}(x)$	$[0, +1]$ $[-1, +1]$	
Gaussiana	$y = Ae^{-Bx^2}$	$[0, +1]$	
Sinusoidal	$y = A \text{sen}(\omega x + \varphi)$	$[-1, +1]$	

Fuente: Hilera y Martínez (1995)

Las dos aplicaciones principales de las *NN* son: clasificación y regresión. En clasificación el objetivo es separar los datos de entrada en categorías mediante técnicas de aprendizaje supervisado o no supervisado. En las aplicaciones de regresión el objetivo es predecir un valor de salida desconocido, mayoritariamente mediante aprendizaje supervisado.

En el aprendizaje supervisado, la etiqueta predicha se compara con la etiqueta verdadera para el conjunto de pesos del modelo θw para calcular la función de pérdida $L(\theta w)$ (LeCun y otros, 2015). Esta función de pérdida es no convexa y posee diferentes óptimos locales. La fase de aprendizaje consiste en ajustar los pesos del modelo en cada paso de aprendizaje para minimizar $L(\theta w)$ propagando inversamente el gradiente de la función de pérdida a través de la red neuronal (Shiloh-Perl & Giryes, 2023). Durante el procedimiento de aprendizaje, generalmente se utilizan dos conjuntos de datos: conjunto de entrenamiento y conjunto de prueba –a veces se usa un tercer conjunto

para la validación—. El conjunto de entrenamiento se usa para el aprendizaje mientras que el conjunto de prueba se usa para la evaluación del desempeño de la *NN*.

La *NN* utiliza una tasa de aprendizaje al examinar y optimizar la función de costo en la etapa de entrenamiento y posteriormente ajustar los pesos para recalcular un valor más preciso de $L(\theta w)$. Si se usa una tasa de aprendizaje demasiado baja, es posible que el algoritmo quede atrapado entre mínimos locales o que tome mucho tiempo en llegar a un valor óptimo. Igualmente, un valor demasiado alto implicará una mayor rapidez de aprendizaje, sin embargo, es posible que el algoritmo pase el óptimo global al dar un gran salto (Senior y otros, 2013).

Una práctica recurrente al entrenar una *NN*, es usar subconjuntos de los datos de entrenamiento, llamados minilotes *—batch—*, y recorrer por completo los datos de entrenamiento varias veces. Cada recorrido completo del conjunto de entrenamiento se denomina época *—epoch—*, y en cada época las muestras de datos se usan en un orden aleatorio para evadir sesgos. El proceso de entrenamiento termina una vez que se llega a la convergencia en la función de pérdida. Ya que la mayor parte de los problemas de una *NN* no son convexos, no se asegura una solución óptima (Shiloh-Perl & Giryas, 2023).

3 Metodología

3.1 Modelos considerados

Esta investigación se aborda en tres etapas: *i*) obtención de información y preprocesamiento; *ii*) entrenamiento de los modelos de redes neuronales, y *iii*) obtención de proceso *ARIMA* para comparación. Luego, con los resultados obtenidos, se hace una evaluación de tipo *out of sample* para evaluar la capacidad de pronóstico de siete modelos. Seis de los modelos corresponden con estructuras de redes neuronales y el séptimo corresponde con el modelo *ARIMA* de referencia. En la Figura 3 se presenta un esquema con la metodología implementada. Las estructuras de redes profundas están construidas de tal forma que la siguiente es más compleja que la anterior. Como se muestra en la Tabla 2, el primero de los modelos consta de tres capas ocultas, mientras que para el último se utilizan ocho, y a su vez se realiza una redistribución de la cantidad de neuronas en cada capa, por lo que para el primer modelo se cuenta con un total de 244.481 parámetros a entrenar por la red neuronal, y para la última más de 12 millones de parámetros.

A cada capa oculta de los modelos se le aplica una función de decaimiento de neuronas *—dropout—*, dado que un problema común en las redes neuronales, debido a su gran número de parámetros, es su facilidad para el sobreajuste a los datos de entrenamiento. La función de decaimiento permite apagar temporalmente algunas neuronas durante el proceso de entrenamiento, abordando de esta manera el problema del sobreajuste (Srivastava y otros, 2014).

Otro problema al que se enfrentan las redes neuronales durante su entrenamiento es el cambio en la distribución de cada capa de entrada a medida que se modifican los valores de las capas anteriores. Como resultado de esto, el proceso de entrenamiento se ralentiza, debido a que se requiere un mayor esfuerzo en la parametrización de la red. La manera de enfrentar esta situación es usando una función de normalización para los minilotes de entrada a cada capa de la red. La normalización por lotes permite utilizar tasas de aprendizaje mucho más altas y ser menos estrictos con la inicialización. También sirve como un regularizador, en algunos casos eliminando la necesidad del dropout (Ioffe & Szegedy, 2015).

Como resultado del proceso descrito se cuenta con los seis modelos de redes neuronales presentados en la Tabla 2. Estos seis modelos corresponden con aquellos sujetos de análisis sobre su desempeño.

Tabla 2. Descripción de modelos de *deep learning*

Modelo	Capas ocultas	Cantidad de parámetros	Epochs
Model1	3	244,481	200
Model2	4	509,185	200
Model3	5	1,047,809	200
Model4	6	2,101,505	225
Model5	7	4,227,329	225
Model6	8	12,673,281	250

Fuente: Elaboración propia.

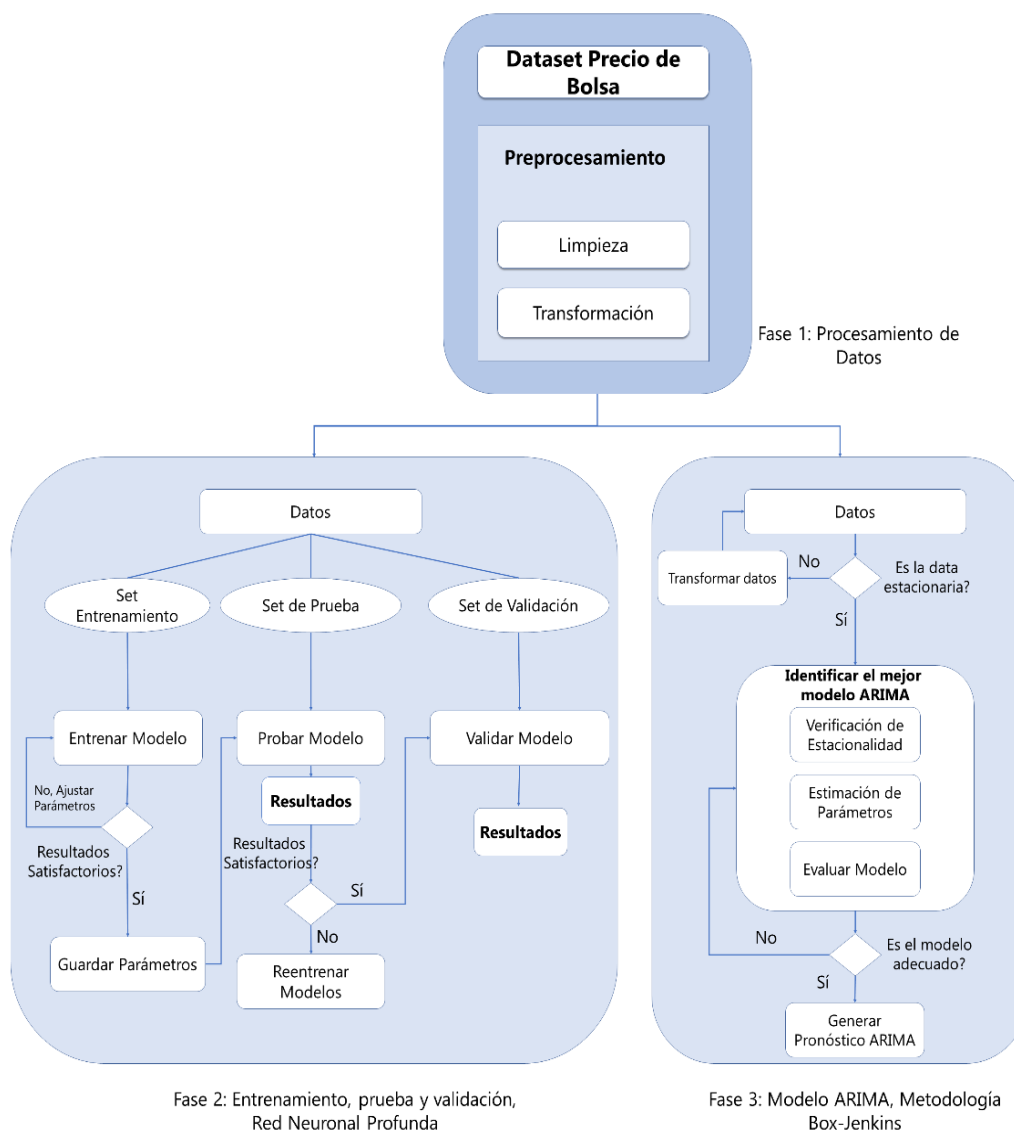


Figura 3. Metodología implementada
Fuente: Elaboración propia

Además de los parámetros generales mostrados en la tabla anterior, también se consideraron parámetros específicos de *dropout* y *batch normalization* para cada una de las capas con el fin de evitar el sobreajuste a los datos de entrenamiento.

Por su parte, para la construcción del modelo *ARIMA*, se realizan diferentes configuraciones de parámetros y se usa el criterio de información de *Akaike –AIC–* para seleccionar el mejor de estos (Tibshirani, 1996). De los modelos analizados el mejor de ellos es un *ARIMA* (3,0,1) con parámetros de estacionalidad (1,0,1), sus parámetros estimados se muestran en la [Tabla 3](#).

3.2 Métricas de desempeño

La capacidad de pronóstico de los modelos propuestos se evalúa para periodos de pronóstico con una ventana de doce meses. Para la primera ventana, se considera toda la información disponible hasta diciembre de 2015 para pronosticar el precio *spot* de la electricidad para 2016; luego se toma toda la información disponible hasta diciembre de 2016 para pronosticar el precio de 2017. De esta forma se evalúa la capacidad de pronóstico de cada modelo para cada uno de los años entre 2016 y 2021. Para comparar la capacidad de predicción de cada modelo se usarán las métricas de medición de error de pronóstico presentadas en la [Tabla 4](#).

Tabla 3. SARIMAX

SARIMAX Results						
Dep. Variable:			price	No. Observations:	240	
Model:	SARIMAX(3, 0, 1)x(1, 0, [1], 12)		Log Likelihood	-1180.344		
			AIC	2406.688		
			BIC	2482.892		
			HQIC	2437.517		
Sample:	01-01-2001 - 12-01-2020					
Covariance Type:			opg			
	coef	std err	z	P> z	[0.025	0.975]
year	0.1495	64.296	0.002	0.998	-125.869	126.168
nina	1.5369	40.036	0.038	0.969	-76.931	80.005
neutralidad	0.4671	25.210	0.019	0.985	-48.944	49.879
nino	-2.0040	39.767	-0.050	0.960	-79.945	75.937
previous_month	-0.0470	0.041	-1.135	0.256	-0.128	0.034
previous_year	-0.4530	0.192	-2.362	0.018	-0.829	-0.077
time_id	0.0048	1.38e+04	3.45e-07	1.000	-2.71e+04	2.71e+04
month-1	-0.0012	4.81e+04	-2.45e-08	1.000	-9.42e+04	9.42e+04
month-2	0.0036	3.89e+04	9.35e-08	1.000	-7.63e+04	7.63e+04
month-3	0.0017	3.46e+04	4.97e-08	1.000	-6.78e+04	6.78e+04
month-4	-0.0062	3.58e+04	-1.74e-07	1.000	-7.01e+04	7.01e+04
month-5	0.0056	3.9e+04	1.42e-07	1.000	-7.65e+04	7.65e+04
month-6	-0.0022	4.23e+04	-5.23e-08	1.000	-8.29e+04	8.29e+04
month-7	-0.0056	4.38e+04	-1.28e-07	1.000	-8.58e+04	8.58e+04
month-8	-0.0040	3.79e+04	-1.06e-07	1.000	-7.44e+04	7.44e+04
month-9	-0.0028	2.85e+04	-9.85e-08	1.000	-5.59e+04	5.59e+04
month-10	0.0249	2.35e+04	1.06e-06	1.000	-4.61e+04	4.61e+04
month-11	-0.0177	2.41e+04	-7.32e-07	1.000	-4.73e+04	4.73e+04
month-12	0.0040	3.55e+04	1.12e-07	1.000	-6.96e+04	6.96e+04
ar.S.L12	0.3035	0.189	1.605	0.108	-0.067	0.674
ar.S.L24	-0.3324	0.127	-2.611	0.009	-0.582	-0.083
ma.S.L12	-0.7963	0.101	-7.915	0.000	-0.993	-0.599
sigma2	6216.5897	251.850	24.684	0.000	5722.973	6710.207
Ljung-Box (L1) (Q):	0.01	Jarque-Bera (JB):			7412.28	
Prob(Q):	0.93	Prob(JB):			0.00	
Heteroskedasticity (H):	73.69	Skew:			1.67	
Prob(H) (two-sided):	0.00	Kurtosis:			32.41	
Warnings:						
[1] Covariance matrix calculated using the outer product of gradients (complex-step).						
[2] Covariance matrix is singular or near-singular, with condition number 1.9e+17. Standard errors may be unstable.						

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4. Indicadores de desempeño considerados

<i>MAE</i>	Error Medio Absoluto: es una medida de los errores entre observaciones emparejadas que expresan el mismo fenómeno.	$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n x_i - \hat{x}_i }{n}$
<i>MAPE</i>	Corresponde los errores entre las observaciones emparejadas como relación de la cantidad observada.	$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{ x_i - \hat{x}_i }{ x_i }}{n}$
<i>MSE</i>	Error Cuadrático Medio: mide el promedio de los errores de la estimación al cuadrado. Dado a que esta medida posee unidades al cuadrado, se puede dificultar su interpretación, motivo por el cual también es posible estimar la raíz cuadrada del <i>MSE</i> para obtener la medida de error en las mismas unidades que la cantidad que se estima.	$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x})^2}{n}$ $RMSE = \sqrt{MSE}$
<i>R2</i>	Es el porcentaje de variación de la variable dependiente que es explicada por las variables independientes.	$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$
U de Theil	Compara el rendimiento del modelo predictivo con un modelo de caminata. Una caminata aleatoria asume que el valor más adecuado para la predicción en el tiempo $t + 1$ es el valor obtenido en el tiempo más un término de ruido. Si el valor del estadístico U de Theil es menor que 1, entonces el modelo es mejor que <i>RW</i> ; de lo contrario, el modelo tiene un rendimiento igual o peor que <i>RW</i> (valor estadístico U de Theil igual o mayor que 1, respectivamente).	$Theil = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - \hat{x}_{i-1})^2}$
<i>POCID</i>	Predicción de Cambio de Dirección: mide la tendencia del modelo, la capacidad del modelo de predecir si los valores futuros aumentarán o disminuirán. El valor óptimo es 100.	$100 * \frac{\sum_{i=1}^n D_i}{n}$ $D_i = \begin{cases} 1; & (x_i - x_{i-1})(\hat{x}_i - \hat{x}_{i-1}) > 0 \\ 0; & \text{Otherwise} \end{cases}$
<i>ARV</i>	Varianza Relativa Promedio: compara el rendimiento del modelo con el promedio de la serie temporal. Si <i>ARV</i> es igual a 1, el modelo tiene un rendimiento similar al promedio de la serie temporal. Si el <i>ARV</i> es mayor que 1, entonces el modelo tiene un desempeño peor que el promedio de la serie de tiempo, y si el <i>ARV</i> es menor que 1, entonces el modelo tiene un desempeño mejor que el promedio de la serie de tiempo.	$\frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - x_i)^2}{\sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - \bar{x})^2}$
IA	Índice de Acuerdo: expresa la diferencia entre los datos observados y pronosticados. Este índice puede variar de 0 a 1. Los valores más altos indican una mayor adecuación al problema de predicción.	$1 - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i + x_i - \bar{x})^2}$

Fuente: Elaboración propia

4 Descripción de los datos

En la realización de este estudio los datos usados fueron tomados en resolución mensual del Portal BI del Operador y Administrador del Sistema Eléctrico Colombiano – XM del precio de la energía eléctrica –en pesos por kilowatt hora, kWh –. Las gráficas en [Figura 4](#) muestran el comportamiento mensual tanto de la serie de tiempo del precio *spot* de electricidad como de su rendimiento para el periodo especificado (Díaz & Planas, 2015). En estos datos se observa una tendencia creciente, con grandes valores extremos alrededor del 2015 y 2016 influenciados por la crisis energética ocurrida en Colombia en ese periodo debido a fallas ocasionadas en dos de las principales productoras de energía eléctrica, además de problemas dejados por el fenómeno de El Niño (Mateus Valencia, 2016). La [Tabla 5](#) evidencia numéricamente ese hecho.

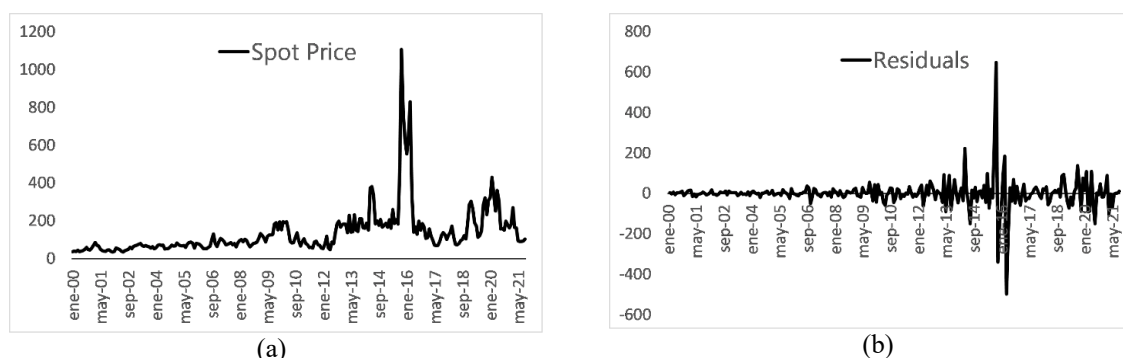


Figura 4. Historia de precio *spot* de electricidad en Colombia y su rendimiento
Fuente: Elaboración propia

Tabla 5. Estadística descriptiva del precio *spot* y sus rendimientos

Estadístico	Precio de bolsa (cop / kWh)	Rendimientos
Mediana	92.6	1.4
Media	135.4	0.3
Máximo	1,106.6	647.8
Mínimo	35.1	- 497.5
Desv. Estándar	125.3	71.9
Percentil 1	37.1	- 167.4
Percentil 5	42.8	- 73.2
Percentil 10	51.3	- 45.3
Percentil 90	232.1	39.4
Percentil 95	332.5	87.3
Percentil 99	694.4	199.8

Como se observa en la [Figura 5](#), la función de autocorrelación – ACF del precio de bolsa muestra una alta autocorrelación con su valor inmediatamente anterior, mientras para los rendimientos, la relación es prácticamente nula (Uniejewski y otros, 2018). Por otro lado, la función de autocorrelación parcial – PACF, ayuda a observar que en ambos rubros se tiene una estacionalidad entre cada 5 o 6 meses.

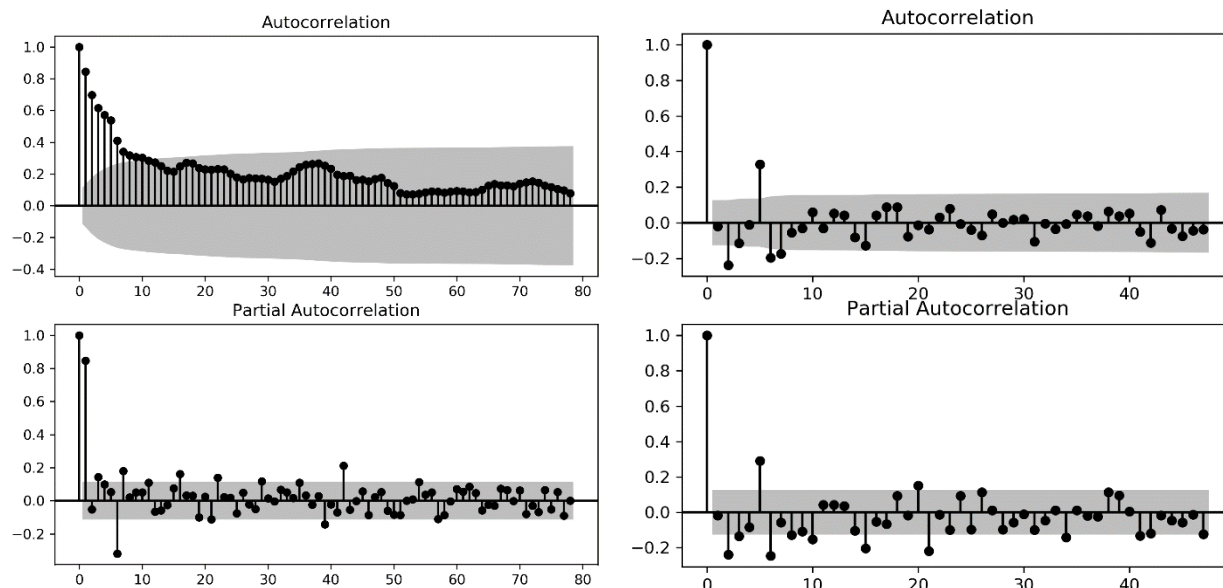
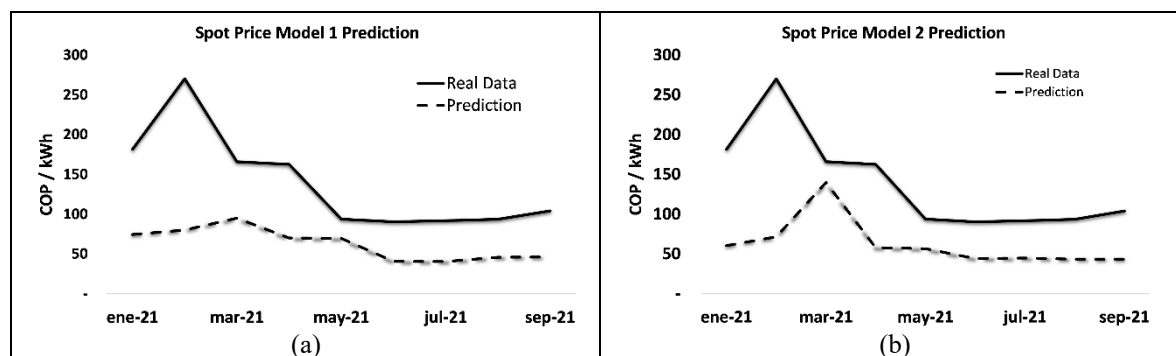


Figura 5. Autocorrelación y autocorrelación parcial del precio *spot* de electricidad en Colombia y su rendimiento.

Fuente: Elaboración propia.

5 Resultados

Las siguientes gráficas muestran las proyecciones de todos los modelos para los meses disponibles de 2021. De estos se observa un rendimiento variado en términos de precisión y ajuste. El Modelo 1 – M1, Figura 6.a, y Modelo 2 – M2, Figura 6.b, presentan un *MAE* de **76.8**, mostrando una alta desviación respecto a los valores reales, especialmente en los primeros meses del año, donde los errores alcanzan hasta **190** y **198 COP/kWh** en febrero respectivamente. En contraste, el Modelo 6 – M6, Figura 6.f, destaca con un *MAE* de **36.5**, lo que lo posiciona como uno de los modelos más precisos en términos absolutos, aunque su rendimiento varía más en ciertos meses, como en junio y agosto, donde los errores absolutos alcanzan **15** y **17 COP/kWh**, respectivamente. El Modelo A – MA, Figura 6.g, también muestra un *MAE* considerablemente bajo de **29.4**, sugiriendo un buen ajuste en general, pero con ciertas sobreestimaciones evidentes en febrero **-29 COP/kWh-** y mayo **-61 COP/kWh-**. Este análisis indica que, mientras el Modelo 6 y el Modelo A tienen un rendimiento más ajustado en general, otros modelos como el Modelo 1 y el Modelo 2 muestran mayores errores y menos consistencia, lo que sugiere la necesidad de mejorar la parametrización o el enfoque metodológico para estos.



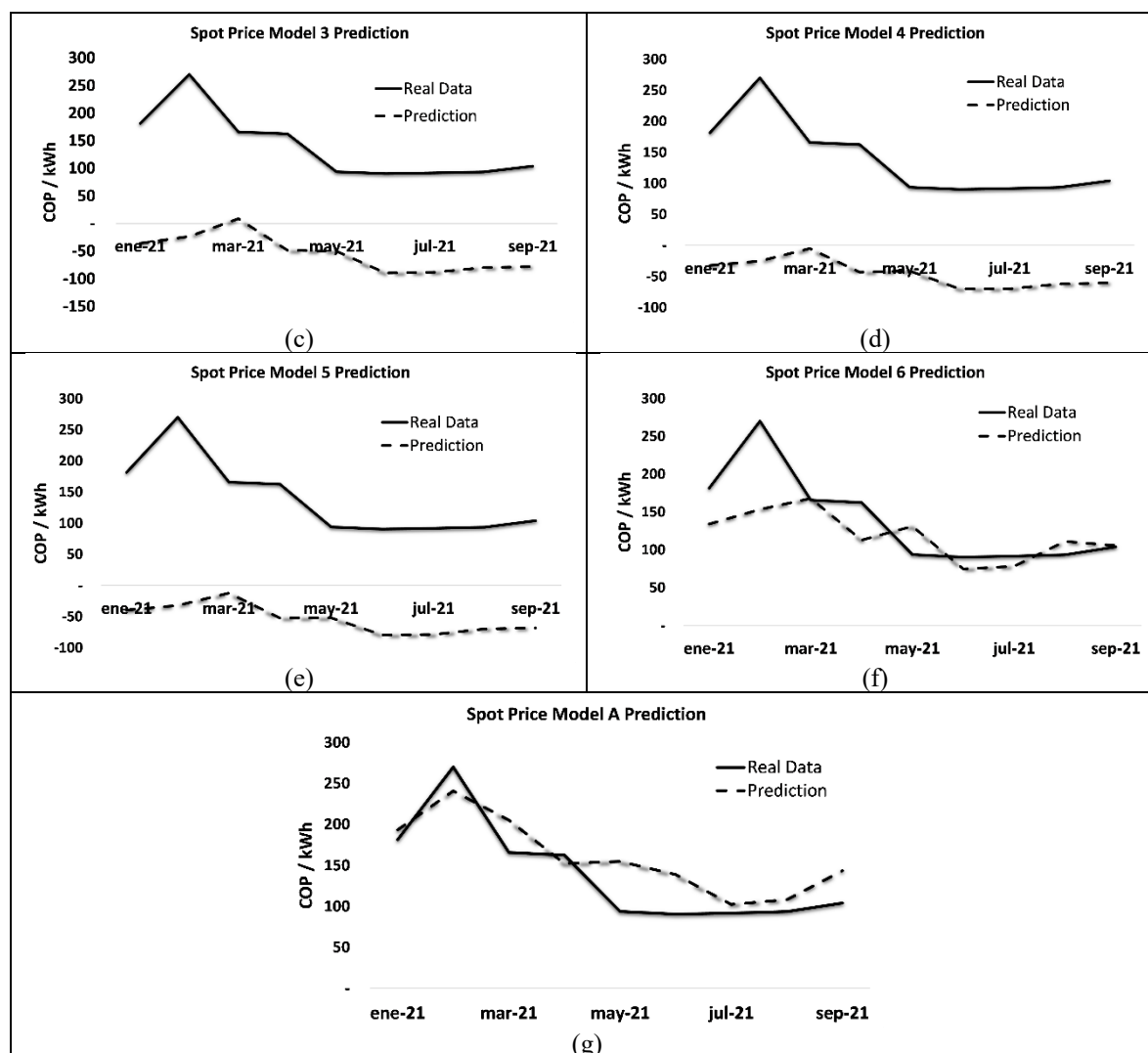


Figura 6. Desempeño de pronóstico de precio *spot* bajo los diferentes métodos para 2021

Fuente: Elaboración propia.

En los apartados siguientes, se muestra como se generalizó la evaluación del desempeño de todos los modelos, evaluando cómo se posicionan en función de cada uno de los indicadores considerados –*POCID*, *MAE*, *MAPE*, *IA*, *Theil's U*, *R2*, *ARV*, y *RMSE*– para cada uno de los años proyectados. Este enfoque permite identificar de manera más detallada qué modelos presentan un desempeño consistente a lo largo del tiempo y en qué condiciones específicas algunos modelos superan a otros en términos de precisión y ajuste. Además, se destacan aquellos casos donde los modelos logran captar mejor las tendencias, o las fluctuaciones abruptas.

En la Tabla 6 se presenta este *ranking*. Para interpretar los datos presentados en esta tabla, puede leerse que para el indicador *POCID*, el modelo tres – M3 presentó el segundo mejor desempeño desde el año 2016 a 2021 cuando se comparó con los demás modelos. Allí, para *POCID*, el mejor modelo es el *ARIMA* quien tuvo la posición número 1. Se destaca cómo el modelo *ARIMA* es el que logra estar en el primer lugar en cinco de los ocho indicadores evaluados y de segundo lugar en los tres restantes. Para los indicadores *POCID*, *MAE*, *MAPE*, *IA*, y *Theil's U*, el modelo que mejor desempeño presenta es el modelo *ARIMA*. El modelo *ARIMA* solo logra ser vencido en tres indicadores por M1. Para los indicadores *R2*, *ARV*, y *RMSE* se desempeña mejor el modelo 1. En resumen, el modelo *ARIMA* obtuvo el mejor desempeño para cinco de las métricas y solo fue vencido en tres de las métricas por el modelo *NN* de menor complejidad.

En el Anexo 1 se muestra el desempeño de cada uno de los modelos bajo cada una de las métricas de desempeño para los seis años analizados. Particularmente de estas tablas llama la atención los valores obtenidos para el indicador *R2*, para algunos años donde se obtienen valores negativos en los modelos *NN*, mostrando una nula capacidad de identificar el comportamiento de la serie bajo la parametrización definida. Este comportamiento puede estar asociado a un conjunto de entrenamiento demasiado pequeño para la red neuronal.

Tabla 6. Ranking de desempeño por métrica para cada uno de los modelos considerados

	Rank POCID	Rank MAE	Rank MAPE	Rank IA	Rank ARV	Rank R2	Rank Theil's U	Rank RMSE	Frecuencia de primer lugar
M1	7	2	4	2	1	1	3	1	3
M2	4	3	2	3	3	3	4	4	0
M3	2	5	5	6	7	7	2	6	0
M4	3	6	6	5	6	6	6	5	0
M5	5	7	7	7	5	5	5	7	0
M6	6	4	3	4	4	4	7	3	0
ARIMA	1	1	1	1	2	2	1	2	5

Sobre el coeficiente de Theil, se destaca que un proceso de caminata aleatoria podría incluso ser un mejor predictor del precio que todos los modelos considerados. No obstante, para lograr conclusiones relevantes en este sentido, debe considerarse la construcción de un indicador para el coeficiente de Theil que considere la condición de proyección 12 periodos adelante con la información disponible y no solo una caminata de un paso adelante.

Por otra parte, se evidencia que, para la mayoría de las métricas, las *NN* mostraron un mejor desempeño que el modelo *ARIMA* en la predicción de 2016, esto debido al cambio repentino ocasionado por la crisis energética de ese año. Esto muestra cómo las técnicas econométricas para series de tiempo logran un mejor desempeño para condiciones de saltos, así como para condiciones de tendencia y reversión a la media.

6 Conclusiones

En este documento se realiza un análisis de la eficacia del pronóstico del precio *spot* de la energía eléctrica en Colombia, basados en *deep learning* y su capacidad para vencer una estructura de tipo *ARIMA*. En general, los métodos de *deep learning* considerados logran capturar la tendencia de la serie en periodos *out of sample*, pero no logran vencer el desempeño de pronósticos realizados al aplicar métodos de Box-Jenkins que continúan evidenciando su fortaleza para capturar condiciones de tendencia, reversión a la media y patrones medias móviles en residuales. De las ocho métricas de desempeño utilizadas, el modelo *ARIMA* obtuvo el mejor desempeño para cinco de ellas y sólo fue vencido en los otros indicadores por el modelo de redes neuronales con menor complejidad.

Para los modelos de *deep learning* considerados se observan diversos asuntos que se convierten en dificultades al momento de realizar las proyecciones. De un lado, la cantidad de parámetros involucrados en la modelación son difíciles de interpretar y su calibración requiere mayor atención que el proceso *ARIMA*. De otro lado, a pesar de que las series de precios utilizadas son siempre positivas, algunos de los valores pronosticados por las redes neuronales son negativos. Esto se acompaña con una separación significativa de las medias de los pronósticos con la de las series pronosticadas en varias de las estructuras *deep learning*. Además, una limitación importante es que estos modelos no logran entender o considerar adecuadamente las variables fundamentales del problema, lo que reduce su capacidad de representatividad y precisión en modelaciones de largo plazo.

Aunque el estudio demuestra el potencial del *deep learning* para capturar patrones complejos y no lineales en la predicción del precio *spot* de la electricidad, también presenta algunas áreas de mejora. La principal limitación es la falta de inclusión de variables fundamentales del mercado eléctrico, lo que podría restringir la precisión de los modelos en horizontes de largo plazo. Sin embargo, este desafío ofrece una oportunidad para integrar dichas variables en estudios futuros, lo que podría mejorar sustancialmente la capacidad predictiva de los modelos. Adicionalmente, aunque la interpretación de los modelos de redes neuronales profundas puede ser menos intuitiva que la de los enfoques tradicionales, su capacidad de ajuste a datos altamente volátiles sigue siendo prometedora para el desarrollo de herramientas más robustas y avanzadas en el sector energético.

Para trabajos futuros, se invita a los investigadores a continuar identificando los tipos de estructura de redes neuronales que puedan ser útiles para la proyección de precios de electricidad. De la forma como los autores de este trabajo lo identifican, la fortaleza que implica las técnicas de *deep learning* para otro tipo de problemas complejos deben poderse aprovechar para la proyección de series de tiempo con estacionalidad, tendencia, reversión a la media y saltos. Es necesario, para esta problemática y otras similares, identificar el tipo de especificaciones o restricciones a imponer a los modelos de *NN* para capturar estas condiciones.

De otro lado, sobre los indicadores de desempeño, se recomienda para trabajos futuros la estructuración de un indicador que, similar al coeficiente de Theil, evalúe los resultados del modelo frente a la caminata aleatoria pero

que considere el mismo conjunto de información previo a la proyección. El coeficiente de Theil considera información de $t-1$ mientras que los modelos de proyección acá evaluados consideran información incluso a $t-12$.

Declaración de conflicto de intereses

Los autores declaran no tener conflicto de intereses con respecto a la investigación, autoría o publicación de este artículo.

Financiación

Apoyo otorgando por el Instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín, Colombia.

ORCID ID

Alfredo Trespalacios  <https://orcid.org/0000-0002-7823-8743>

Luis Eduardo Franco Ceballos  <https://orcid.org/0000-0001-7177-2399>

Farikc Yorley Palacios Palacios  <https://orcid.org/0000-0003-0740-3622>

Referencias

- Agarap, A. F. (7 de Febrero de 2019). Deep Learning using Rectified Linear Units (ReLU). *ArXiv*, 1803.08375v2 [cs.NE]. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1803.08375>
- Díaz, G., & Planas, E. (2015). A Note on the Normalization of Spanish Electricity Spot Prices. *IEEE Transactions on Power Systems*, 31(3), 2499 - 2500. <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2015.2449757>
- Escribano, A., Peña, J. I., & Villaplana, P. (Octubre de 2011). Modelling electricity prices: International evidence. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 73(5), 622 - 650. <https://doi.org/10.1111/j.1468-0084.2011.00632.x>
- Gianfreda, A., Parisio, L., & Pelagatti, M. (2016). The Impact of RES in the Italian Day-Ahead and Balancing Markets. *The Energy Journal*, 37(2_suppl), 161 - 184. <https://doi.org/10.5547/01956574.37.SI2.agia>
- Gianfreda, A., Ravazzolo, F., & Rossini, L. (2020). Comparing the forecasting performances of linear models for electricity prices with high RES penetration. *International Journal of Forecasting*, 36(3), 974 - 986. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2019.11.002>
- Gil Zapata, M. M., & Maya Ochoa, C. (2008). Modelación de la volatilidad de los precios de la energía eléctrica en Colombia. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, 7(12), 87 - 114. Obtenido de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1692-33242008000100006
- Grossi, L., & Nan, F. (2019). Robust forecasting of electricity prices: Simulations, models and the impact of renewable sources. *Technological Forecasting and Social Change*, 141, 305 - 318. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2019.01.006>
- Hilera González, J. R., & Martínez Hernando, V. J. (1995). *Redes neuronales artificiales: fundamentos, modelos y aplicaciones*. Madrid, España: RA-MA. Obtenido de https://www.researchgate.net/profile/Jose-Hilera/publication/44343683_Redes_neuronales_artificiales_fundamentos_modelos_y_aplicaciones_Jose_Ramon_Hilera_Gonzalez_Victor_Jose_Martinez_Hernando/links/5886033892851c21ff4d3060/Redes-neuronales-artificiales-fu
- Hong, T., Pinson, P., Wang, Y., Weron, R., Yang, D., & Zareipour, H. (2020). Energy forecasting: A review and outlook. *IEEE Open Access Journal of Power and Energy*, 7, 376 - 388. <https://doi.org/10.1109/OAJPE.2020.3029979>
- Ioffe, S., & Szegedy, C. (2015). Batch Normalization: Accelerating Deep Network Training by Reducing Internal Covariate Shift. En F. Bach, & D. Blei (Ed.), *Proceedings of the 32nd International Conference on Machine Learning*. 37, págs. 448 - 456. Lille, France: PMLR. Obtenido de <http://proceedings.mlr.press/v37/ioffe15.pdf>

- Karakatsani, N. V., & Bunn, D. W. (2008). Forecasting electricity prices: The impact of fundamentals and time-varying coefficients. *International Journal of Forecasting*, 24(4), 764 - 785.
<https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2008.09.008>
- Lago, J., Marcjasz, G., De Schutter, B., & Weron, R. (2021). Forecasting day-ahead electricity prices: A review of state-of-the-art algorithms, best practices and an open-access benchmark. *Applied Energy*, 293, 116983. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2021.116983>
- LeCun, Y., Bengio, Y., & Hinton, G. (2015). Deep learning. *Nature*, 521(7553), 436 - 444.
<https://doi.org/10.1038/nature14539>
- Marcjasz, G., Uniejewski, B., & Weron, R. (2019). On the importance of the long-term seasonal component in day-ahead electricity price forecasting with NARX neural networks. *International Journal of Forecasting*, 35(4), 1520 - 1532. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2017.11.009>
- Mateus Valencia, A. C. (2016). Crisis energética en Colombia. *Tecnología Investigación y Academia*, 4(2), 74 - 81. Obtenido de <https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/tia/article/view/10411/pdf>
- Nowotarski, J., & Weron, R. (2018). Recent advances in electricity price forecasting: A review of probabilistic forecasting. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 81, 1548 - 1568.
<https://doi.org/10.1016/j.rser.2017.05.234>
- Nowotarski, J., Tomczyk, J., & Weron, R. (2013). Robust estimation and forecasting of the long-term seasonal component of electricity spot prices. *Energy Economics*, 39, 13-27.
<https://doi.org/10.1016/j.eneco.2013.04.004>
- Pretorius, A. M., Barnard, E., & Davel, M. H. (2019). ReLU and sigmoidal activation functions. En M. Davel, & E. Barnard (Ed.), *Proceedings of the South African Forum for Artificial Intelligence Research, FAIR 2019, 4-6 December, 2019*. 2540. Cape Town, South Africa : CEUR-WS.org. Obtenido de https://ceur-ws.org/Vol-2540/FAIR2019_paper_52.pdf
- Rendón, J. F., Trespalacios, A., Cortés, L. M., & Villada-Medina, H. D. (Diciembre de 2021). Modelización de la demanda de energía eléctrica: más allá de la normalidad. *Revista de métodos cuantitativos para la economía y la empresa*, 32, 83 – 98. <https://doi.org/10.46661/revmetodoscuanteconempresa.3856>
- Schmidhuber, J. (Enero de 2015). Deep learning in neural networks: an overview. *Neural networks : the official journal of the International Neural Network Society*, 61, 85 – 117.
<https://doi.org/10.1016/j.neunet.2014.09.003>
- Senior, A., Heigold, G., Ranzato, M., & Yang, K. (2013). An empirical study of learning rates in deep neural networks for speech recognition. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, (págs. 6724 - 6728). Vancouver, Canada. Obtenido de <https://static.googleusercontent.com/media/research.google.com/es//pubs/archive/40808.pdf>
- Shiloh-Perl, L., & Giryas, R. (2023). Introduction to deep learning. En L. Rokach, O. Maimon, & E. Shmueli (Edits.), *Machine Learning for Data Science Handbook* (págs. 301 - 338). Springer International Publishing, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-24628-9_14
- Srivastava, N., Hinton, G., Krizhevsky, A., Sutskever, I., & Ruslan, S. (Enero de 2014). Dropout: A simple way to prevent neural networks from overfitting. *Journal of Machine Learning Research*, 15(56), 1929 - 1958. Obtenido de <https://jmlr.org/papers/volume15/srivastava14a/srivastava14a.pdf>
- Tibshirani, R. (Enero de 1996). Regression shrinkage and selection via the Lasso. *Journal of the Royal Statistical Society: series B (methodological)*, 58(1), 267 - 288. <https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1996.tb02080.x>
- Trespalacios, A., Cortés, L. M., & Perote, J. (Febrero de 2020). Uncertainty in electricity markets from a semi-nonparametric approach. *Energy Policy*, 137, 111091. <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2019.111091>
- Trespalacios, A., Cortés, L. M., & Perote, J. (2021). Modeling electricity price and quantity uncertainty: An application for hedging with forward contracts. *Energies*, 14(11), 3345.
<https://doi.org/10.3390/en14113345>
- Uniejewski, B., Weron, R., & Ziel, F. (Marzo de 2018). Variance Stabilizing Transformations for Electricity Spot Price Forecasting. *IEEE Transactions on Power Systems*, 33(2), 2219 - 2229.
<https://doi.org/10.1109/TPWRS.2017.2734563>
- Uribe Gaviria, E., & Trespalacios Carrasquilla, A. (Enero de 2014). Contraste de modelos estocásticos para el precio de la energía en Colombia. *Revista de la Facultad de Ciencias*, 3(1), 41 – 55. Obtenido de <https://revistas.unal.edu.co/index.php/rfc/article/view/49524>

Anexo 1. Indicadores de desempeño *out of sample*

R2								
	2016	2017	2018	2019	2020	2021	Mean	Rank
M1	0.42	0.72	0.46	-1.10	0.30	0.73	0.3	1
M2	-0.53	0.89	0.79	-0.96	-2.51	0.71	-0.3	3
M3	0.24	0.99	0.93	-3.72	-6.83	-0.33	-1.5	7
M4	0.44	0.94	0.90	-4.13	-5.68	-0.23	-1.3	6
M5	-0.63	0.79	0.57	-3.12	-4.92	-0.34	-1.3	5
M6	-0.14	0.71	0.91	-2.65	-1.69	0.92	-0.3	4
MA	-2.48	0.87	0.97	0.54	-0.12	0.96	0.1	2
ARV								
	2016	2017	2018	2019	2020	2021	Mean	Rank
M1	0.05	0.02	0.04	0.17	0.06	0.03	0.06	1
M2	0.13	0.01	0.02	0.16	0.29	0.03	0.11	3
M3	0.06	0.00	0.01	0.39	0.65	0.15	0.21	7
M4	0.05	0.01	0.01	0.43	0.56	0.14	0.20	6
M5	0.14	0.02	0.04	0.34	0.49	0.15	0.20	5
M6	0.09	0.02	0.01	0.30	0.22	0.01	0.11	4
MA	0.29	0.01	0.00	0.04	0.09	0.00	0.07	2
MAPE								
	2016	2017	2018	2019	2020	2021	Mean	Rank
M1	0.64	1.08	1.19	0.56	0.25	0.52	0.71	4
M2	0.65	0.55	0.66	0.56	0.68	0.53	0.60	2
M3	0.49	0.13	0.31	0.97	1.19	1.51	0.77	5
M4	0.43	0.35	0.42	1.02	1.08	1.42	0.79	6
M5	1.09	0.85	1.07	0.88	1.01	1.49	1.07	7
M6	1.23	1.02	0.36	0.81	0.54	0.21	0.69	3
MA	2.18	0.49	0.18	0.24	0.26	0.26	0.60	1
IA								
	2016	2017	2018	2019	2020	2021	Mean	Rank
M1	0.77	0.88	0.81	0.51	0.75	0.86	0.76	2
M2	0.69	0.94	0.90	0.54	0.50	0.85	0.73	3
M3	0.68	0.99	0.95	0.42	0.41	0.69	0.69	6
M4	0.81	0.96	0.94	0.41	0.43	0.70	0.71	5
M5	0.58	0.90	0.84	0.44	0.45	0.69	0.65	7
M6	0.67	0.87	0.94	0.45	0.53	0.94	0.73	4
MA	0.44	0.92	0.97	0.76	0.62	0.97	0.78	1
POCID								
	2016	2017	2018	2019	2020	2021	Mean	Rank
M1	25.00	75.00	66.67	58.33	33.33	66.67	54.17	7
M2	25.00	75.00	66.67	58.33	50.00	66.67	56.94	4.5
M3	25.00	75.00	66.67	66.67	41.67	77.78	58.80	2
M4	25.00	75.00	66.67	75.00	41.67	66.67	58.33	3
M5	16.67	75.00	66.67	75.00	41.67	66.67	56.94	4.5
M6	33.33	66.67	66.67	66.67	41.67	55.56	55.09	6
MA	58.33	66.67	75.00	66.67	58.33	66.67	65.28	1
Theil_u								
	2016	2017	2018	2019	2020	2021	Mean	Rank
M1	1.58	126.90	98.38	35.70	2.83	35.00	50.1	3
M2	14.18	93.70	160.72	6.79	97.32	5.40	63.0	4
M3	0.95	1.06	25.42	63.64	91.76	49.82	38.8	2
M4	2.03	273.05	3.85	75.94	122.20	99.23	96.0	6
M5	1.86	57.70	43.45	100.96	81.12	105.11	65.0	5

M6	4.50	71.02	82.99	84.09	553.62	2.21	133.1	7
MA	8.97	1.67	2.16	9.73	1.79	1.13	4.2	1
<i>MAE</i>								
	2016	2017	2018	2019	2020	2021	Mean	Rank
M1	134.7	102.4	134.3	134.8	67.1	76.8	108.3	2
M2	206.7	60.4	78.5	128.8	177.5	76.8	121.5	3
M3	117.4	15.9	40.7	214.9	284.7	193.1	144.5	5
M4	132.7	41.4	51.7	224.5	260.9	184.7	149.3	6
M5	224.8	87.9	119.8	198.8	245.3	193.3	178.3	7
M6	220.4	104.6	46.3	185.6	148.5	33.5	123.2	4
MA	365.2	51.6	23.8	57.7	73.2	29.4	100.2	1
<i>RSME</i>								
	2016	2017	2018	2019	2020	2021	Mean	Rank
M1	175.25	104.36	137.83	148.53	87.58	89.76	123.88	1
M2	285.33	64.68	85.21	143.45	196.55	92.86	144.68	4
M3	201.21	21.91	51.18	222.89	293.43	197.56	164.70	6
M4	172.45	48.17	60.05	232.25	270.98	190.24	162.36	5
M5	294.71	90.05	123.63	208.05	255.18	198.36	195.00	7
M6	246.03	106.23	56.45	195.82	172.02	47.69	137.37	3
MA	430.39	70.57	33.67	69.31	111.12	34.26	124.88	2